

XÁC ĐỊNH TRƯỜNG VẬN TỐC VÀ ÁP SUẤT XUNG QUANH VẬT NGẬP TRONG DÒNG CHẤT LỎNG CHUYỂN ĐỘNG BẰNG PHÉP NỘI SUY VÀ XẤP XỈ HÀM

EVALUATE THE VELOCITY AND PRESSURE FIELDS AROUND AN OBJECT
SUBMERGED IN A FLUID STREAM BY INTERPOLATION AND APPROXIMATION
METHOD

TS. Nguyễn Văn Tuệ
Khoa Cơ khí, Trường Đại học Thủy lợi

TÓM TẮT

Bài báo giới thiệu một phương pháp được sử dụng để mô hình hóa các trường véc-tơ vận tốc của dòng chảy, đó là nội suy và xấp xỉ hàm. Phương pháp này được sử dụng với cơ sở đa thức nội suy là đa thức trực giao của Legendre (1752-1833). Kết quả thu được dưới dạng là trường véc-tơ được mô hình hóa thành các hàm đa thức đa biến. Sau đó, trường gradient áp suất được tính toán bằng phương trình Navier-Stokes. Bước tiếp theo, chúng ta có thể sử dụng phương pháp tích phân tuần tự để tính toán trường áp suất.

Khi áp dụng trên một bộ số liệu thực nghiệm, kết quả thu được cho thấy rằng, độ chính xác của trường vận tốc và trường áp suất được tính toán trên toàn miền của dòng chảy xung quanh profile hoàn toàn tương đồng với cơ sở lý thuyết cũng như khi so sánh với kết quả thu được của các phương pháp nghiên cứu khác.

Từ khóa: Phương pháp PIV; Đa thức trực giao Legendre; Nội suy và xấp xỉ hàm; Phương trình Navier-Stokes; Trường véc-tơ vận tốc; Trường áp suất.

ABSTRACT

This article introduces a method used to model flow velocity vector fields, which is Interpolation and Approximation. This method is used with the interpolation polynomial basis which is the orthogonal polynomial of Legendre (1752-1833). The results are obtained as vector fields modeled as multivariate polynomial functions. The pressure gradient fields will then be calculated using the Navier-Stokes equation. After that, we can use the sequential integration method to calculate the pressure field.

When applied to a set of experimental data, the results obtained show that the accuracy of the velocity field and pressure field calculated over the entire region of the flow around the profile is completely similar to the theoretical basis, also when compared with the results obtained by other research methods.

Keywords: PIV method; Legendre polynomials; Interpolation and approximation; Navier-Stokes equation; Velocity vector field; Pressure field.



1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Nghiên cứu về sự tác động của dòng chảy lên các vật thể ngập bên trong dòng chảy đó luôn là một vấn đề phức tạp. Sự phức tạp do các thông số của dòng chảy luôn biến đổi không ngừng, dẫn đến việc nắm bắt được quy luật của dòng chảy là vô cùng khó khăn. Ngày nay, nhờ tiến bộ của khoa học và sự trợ giúp đắc lực của máy tính, con người đã đạt được những thành tựu hết sức khả quan trong nghiên cứu và ứng dụng các quy luật thuộc về lĩnh vực cơ học chất lỏng.

Trong bài báo này, công việc nghiên cứu được đề cập liên quan đến việc xác định các trường áp suất, từ các số liệu thực nghiệm của trường véc-tơ vận tốc thu được nhờ phương pháp PIV (Particle Image Velocimetry). Trong phương pháp nội suy và xấp xỉ hàm, đa thức Legendre được sử dụng để xấp xỉ các trường véc-tơ vận tốc là họ đa thức trực giao của Legendre [1, 2]. Sau đó, trường gradient áp suất được tính toán theo phương trình Navier-Stokes. Cuối cùng, từ các trường gradient áp suất, chúng ta đi xác định trường áp suất bằng phương pháp tích phân tuần tự [4, 5].

2. MÔ HÌNH HÓA VÀ TÍNH TOÁN CÁC THÔNG SỐ CỦA DÒNG CHẢY

Trong phần này, ta thực hiện mô hình hóa các trường véc-tơ vận tốc bằng các đa thức trực giao đa biến, dựa trên phương pháp trước đây đã được phát triển trong luận án tiến sĩ của Martin Druon [1, 2].

2.1. Xấp xỉ các trường véc-tơ vận tốc

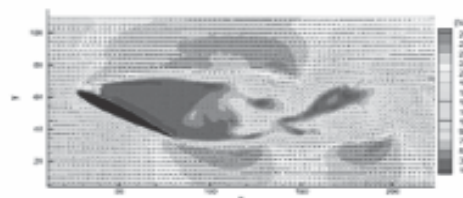
Trong công việc của chúng tôi, một trường véc-tơ vận tốc hai chiều được xác định như sau:

$$\vec{F}: [-1, +1] \times [-1, +1] \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}_2(X, Y, t) \rightarrow (u(x, y, t), v(x, y, t)) \quad (1)$$

Để mô hình hóa một trường véc-tơ, mỗi thành phần của trường véc-tơ được xấp xỉ bằng một kết hợp tuyến tính với các hàm đa thức Legendre.

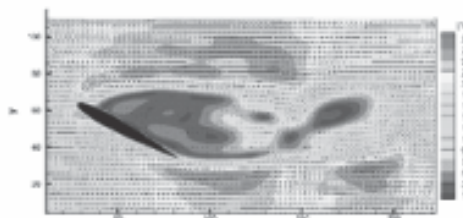
$$\begin{aligned} u(x, y, t) &\cong U_n(X, Y, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} U_{ij}(t) P_{ij}(X, Y) \\ v(x, y, t) &\cong V_n(X, Y, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} V_{ij}(t) P_{ij}(X, Y) \end{aligned} \quad (2)$$

Trong đó: $U_{ij}(t)$ và $V_{ij}(t)$ là các hệ số chiều tại thời điểm t ; $P_{ij}(X, Y)$ là các đa thức 2D Legendre.



a)

Trường véc-tơ gốc



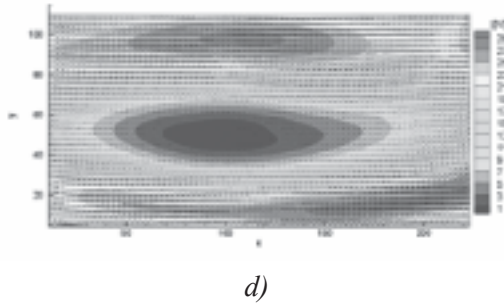
b)

Trường véc-tơ tái tạo (bậc 25)



c)

Trường véc-tơ tái tạo (bậc 15)



d)

Trường véc-tơ tái tạo (bậc 5)

Hình 1. Trường véc-tơ gốc và các trường véc-tơ tái tạo với cơ sở đa thức có bậc 5, 15 và 25.

Trên Hình 1a là hình ảnh thu được bằng PIV, trường véc-tơ vận tốc bao quanh một profile NACA 0012 ngập trong nước, với góc tấn 30° , dòng chảy với số Reynolds $Re = 1000$, ta tạm gọi là trường véc-tơ gốc. Trên các Hình 1b, c và d là kết quả của phép xấp xỉ trường véc-tơ gốc bằng các hàm đa thức với bậc của đa thức lần lượt là 25, 15 và 5.

Từ kết quả thu được, ta thấy: với cơ sở đa thức có bậc 25 (Hình 1b), cấu trúc của trường véc-tơ vận tốc được tái tạo bằng hàm đa thức là khá chính xác so với trường véc-tơ gốc ban đầu (Hình 1a). Trong quá trình nghiên cứu, bậc của đa thức đã được thử nghiệm với bậc 30 nhưng kết quả hầu như không đổi so với bậc 25. Mặt khác, thời gian xử lý của máy tính khi thực hiện các phép tính với đa thức bậc quá cao cũng là một vấn đề nan giải. Do đó, bậc đa thức được sử dụng trong phép nội suy và xấp xỉ hàm tạm dừng lại ở bậc 25.

2.2. Tính toán trường gradient áp suất

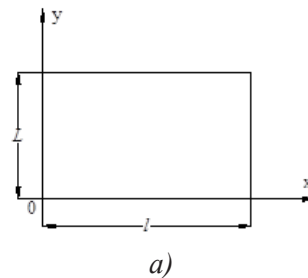
Ý tưởng của phương pháp được đề xuất là thay thế các thành phần của trường véc-tơ vận tốc trong phương trình Navier-Stokes, bằng các xấp xỉ của chúng dưới dạng các hàm đa thức. Từ đó, ta có thể dễ dàng tính được trường gradient áp suất.

Cụ thể, với trường véc-tơ $\vec{F}(x, y) = (u(x, y, t), v(x, y, t))$ sẽ được thay thế bằng hàm $\vec{F}_n(X, Y, t) = (U_n(X, Y, t), V_n(X, Y, t))$ trong phương trình Navier-Stokes:

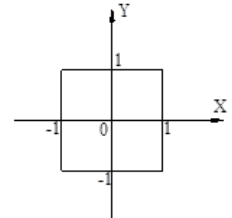
$$\vec{\nabla} p = -\rho \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \vec{F} \cdot \vec{F}) - \nu \Delta \vec{F} - \vec{g} \right) \quad (3)$$

Lưu ý: Từ miền quan sát của dòng chảy $(x, y) \in [0, l] \times [0, L]$ (Hình 2a), khi được điều chỉnh sang miền đa thức Legendre $(X, Y) \in [-1, +1] \times [-1, +1]$ (Hình 2b), hệ số chuyển đổi sẽ có dạng như sau:

$$X = \frac{2}{l}x - 1; \quad Y = \frac{2}{L}y - 1 \quad (4)$$



a)



b)

Hình 2. Miền của dòng chảy và miền của đa thức.

Lúc này, các trường gradient áp suất nhận được như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{2}{l} \frac{\partial p}{\partial X} = -\rho \left(\frac{\partial U_n}{\partial t} + \frac{2}{l} U_n \frac{\partial U_n}{\partial X} + \frac{2}{L} V_n \frac{\partial U_n}{\partial Y} - \nu \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 U_n}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 U_n}{\partial Y^2} \right) - g_x \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{2}{L} \frac{\partial p}{\partial Y} = -\rho \left(\frac{\partial V_n}{\partial t} + \frac{2}{l} U_n \frac{\partial V_n}{\partial X} + \frac{2}{L} V_n \frac{\partial V_n}{\partial Y} - \nu \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 V_n}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 V_n}{\partial Y^2} \right) - g_y \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Trong bước tính này, chúng ta sử dụng 5 trường véc-tơ liên tiếp để tính trường gradient áp suất. Ví dụ, với 5 trường véc-tơ tại các thời điểm t_1, t_2, t_3, t_4 và t_5 , bước thời gian giữa hai trường liên tiếp là Δt . Trường gradient áp suất tại thời điểm t_3 được tính như sau:



$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho \left(\frac{U_{n(t_3)} - U_{n(t_1)}}{4 \cdot \Delta t} + \frac{2}{l} U_{n(t_3)} \frac{\partial U_{n(t_3)}}{\partial X} + \frac{2}{L} V_{n(t_3)} \frac{\partial U_{n(t_3)}}{\partial Y} \right. \\ &\quad \left. - v \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 U_{n(t_3)}}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 U_{n(t_3)}}{\partial Y^2} \right) - g_x \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -\rho \left(\frac{V_{n(t_3)} - V_{n(t_1)}}{4 \cdot \Delta t} + \frac{2}{l} U_{n(t_3)} \frac{\partial V_{n(t_3)}}{\partial X} + \frac{2}{L} V_{n(t_3)} \frac{\partial V_{n(t_3)}}{\partial Y} \right. \\ &\quad \left. - v \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 V_{n(t_3)}}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 V_{n(t_3)}}{\partial Y^2} \right) - g_y \right) \quad (6)\end{aligned}$$

Biểu diễn dưới dạng các hàm đa thức:

$$\begin{aligned}\frac{\partial p(x, y, t)}{\partial x} &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} p'_{ij}{}^1(t) x^i y^j \\ \frac{\partial p(x, y, t)}{\partial y} &= \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^{N-j} p'_{ij}{}^2(t) x^i y^j \quad (7)\end{aligned}$$

Trong đó, $N = 2n - 1$ và các hệ số $p'_{ij}{}^1(t)$ và $p'_{ij}{}^2(t)$ được thể hiện dưới dạng các hàm của các hệ số $U_{ij}(t)$ và $V_{ij}(t)$.

2.3. Tính toán trường áp suất (tích phân trực tiếp từ trường gradient áp suất)

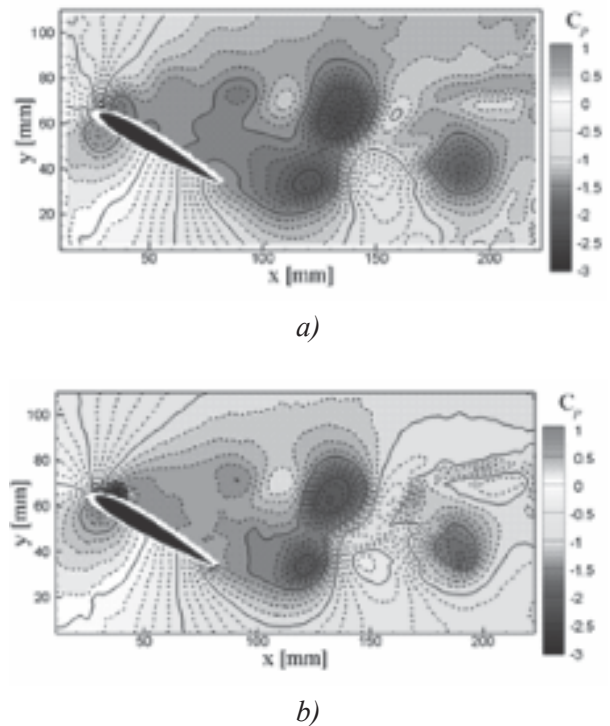
Các trường áp suất được tính toán bằng cách tích phân các trường gradient áp suất đã tính trong phần trước. Phương pháp tích phân tuần tự được áp dụng dựa trên các phương pháp của Thibaut cùng các cộng sự [4] và Young Jin cùng các cộng sự [5].

3. KẾT QUẢ

Mô hình thực nghiệm cho công việc tính toán được trình bày chi tiết trong nghiên cứu của Leroux và các cộng sự [3]. Ở đó, một dòng chảy bao quanh một profile NACA 0012 có chiều dài dây cung $c = 60$ mm, số Reynolds của dòng chảy $Re = 1000$, góc tấn 30° được đặt trong ống thủy động có tiết diện mặt cắt ngang vuông ($160\text{mm} \times 160\text{mm}$). Phép đo PIV được thực hiện với nguồn laser Nd-YAG Quantel

(năng lượng xung 2×120 mJ), máy ảnh tốc độ cao với cảm biến có độ phân giải 2.048×2.048 pixels, các hạt polyamide được sử dụng có đường kính trung bình $15 \mu\text{m}$. Khối lượng riêng của nước $\rho = 0,000001 \text{ kg/mm}^3$; hệ số nhớt động $\nu = \frac{\mu}{\rho} = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$; thời gian giữa hai files ảnh liên tiếp $\Delta t = 0,07813 \text{ s}$.

Hình 3a minh họa kết quả của trường áp suất tại thời điểm $t_3 = 10 \Delta t$ được tính toán từ 5 trường véc-tơ liên tiếp tại các thời điểm $t_1 = 8 \Delta t$, $t_2 = 9 \Delta t$, $t_3 = 10 \Delta t$, $t_4 = 11 \Delta t$ và $t_5 = 12 \Delta t$. Hình 3b là kết quả tính toán bằng phương pháp FTEE + tích phân tuần tự (FTEE_ Fluid Trajectory Evaluation based on Ensemble-averaged Cross-correlation) của một nhóm nghiên cứu khác [5].



Hình 3. Trường áp suất bao quanh profile được tính bằng hai phương pháp khác nhau.

4. KẾT LUẬN

Trên đây, chúng ta đã được giới thiệu

về một phương pháp xấp xỉ hàm bằng cơ sở đa thức trực giao, dùng cho việc tính toán trường gradient áp suất kết hợp với phương pháp tích phân tuần tự. Phương pháp này dường như là một giải pháp hữu hiệu đối với việc tính toán các trường áp suất, áp dụng cho các số liệu thu được bằng phương pháp thực nghiệm PIV.

Phần tiếp theo, việc tính toán trường áp lực xung quanh profile cánh sẽ tương đối thuận lợi. Hơn nữa, phương pháp này hoàn toàn có thể mở rộng đối với trường hợp dòng chảy trong không gian ba chiều (3D).

Lời cảm ơn:

Xin được gửi lời cảm ơn đến Giáo sư Laurent DAVID, Tiến sĩ Frédéric PONS, Tiến sĩ Benoit TREMBLAIS và bạn bè đồng nghiệp trong Viện Pprime, Trường Đại học Poitiers, Cộng hòa Pháp, những người đã tận tình giúp đỡ và tạo điều kiện thuận lợi để công tác nghiên cứu này được hoàn thành. ❖

Ngày nhận bài: 18/4/2024

Ngày phản biện: 12/5/2024

Tài liệu tham khảo:

- [1]. M. Druon, B. Tremblais and B. Augereau. *Vector Fields Modelization Using Basis of Polynomials: Application to the Analysis of Simple Face Movements*. In Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), (2006).
- [2]. M. Druon. *Modélisation du mouvement par polynômes orthogonaux: application à l'étude d'écoulements fluides*. PhD thesis, Université de Poitiers, (2009).
- [3]. R. Leroux, L. Chatellier, L. David. *Bayesian inference applied to spatio-temporal reconstruction of flows around a NACA0012 airfoil*. Exp Fluids 55:1699 (2014).
- [4]. T. Tronchin, L. David, A. Farcy. *Loads and pressure evaluation of the flow around a flapping wing from instantaneous 3D velocity measurements*. Exp Fluids 56:7 (2015).
- [5]. Y.J. Jeon, T. Tronchin, L. Chatellier and L. David. *3D extension of the fluid trajectory evaluation based on an ensembleaveraged cross-correlation (FTEE) for acceleration and pressure evaluation of the flow around a flapping wing*. Lisbon, Portugal, (2014).