

MÔ HÌNH HÓA VÀ MÔ PHỎNG ĐIỀU KHIỂN PHÂN CẤP CHO ROBOT HAI CHÂN GẮN BÁNH XE SỬ DỤNG LQR VÀ PID

MODELING AND SIMULATION OF HIERARCHICAL CONTROL FOR A
WHEELED-BIPEDAL ROBOT USING LQR AND PID

Nguyễn Tiến Dũng*, Lê Xuân Giang, Trần Nguyên Bình, Đồng Văn Duy,
Lê Bảo Việt, Dư Tuấn Đạt

Khoa Cơ khí Động lực, Trường Cơ khí, Đại học Bách Khoa Hà Nội

*Email: dung.nguyentien@hust.edu.vn

TÓM TẮT

Nghiên cứu này trình bày việc mô hình hóa và mô phỏng điều khiển phân cấp cho robot hai chân gắn bánh xe (WBR). Hệ thống được mô hình hóa như một con lắc ngược có bánh với động lực học phụ thuộc cấu hình. Một cấu trúc điều khiển phân cấp được xây dựng, trong đó LQR được sử dụng để ổn định cân bằng, trong khi các bộ điều khiển PID điều chỉnh chiều dài chân ảo, góc roll và góc yaw. Ngoài ra, Virtual Model Control được sử dụng để ánh xạ lực trong không gian nhiệm vụ sang mô-men khớp. Kết quả mô phỏng cho thấy phương pháp đề xuất giúp hệ duy trì ổn định trên địa hình thay đổi, bám sát vận tốc mong muốn và điều khiển hiệu quả các góc nghiêng của thân xe cũng như góc yaw.

Từ khóa: Robot hai chân có bánh xe; Phân tích động lực học; Bộ điều khiển LQR; Điều khiển mô hình ảo (VMC).

ABSTRACT

This study presents the modeling and hierarchical control simulation of a wheeled-bipedal robot (WBR). The system is modeled as a wheel-based inverted pendulum with configuration-dependent dynamics. A hierarchical control structure is developed, in which LQR is employed for balance stabilization, while PID controllers regulate the virtual leg length, roll, and yaw motions. In addition, Virtual Model Control is used to map task-space forces into joint torques. Simulation results demonstrate that the proposed approach maintains system stability under varying terrain conditions, ensures accurate tracking of desired velocity, and effectively regulates body inclination and yaw angle.

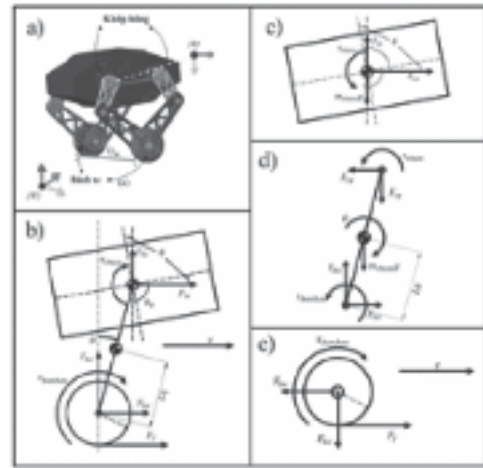
Keywords: Wheeled-bipedal robot; Dynamic analysis; LQR; Virtual Model Control (VMC).

1. TỔNG QUAN

Trong những năm gần đây, robot hai chân gắn bánh xe (WBRs) đã trở thành một nền tảng robot di động tiềm năng [1]. So với robot bánh truyền thống bị hạn chế khả năng vượt địa hình và robot chân tiêu tốn nhiều năng lượng [1], WBRs kết hợp hiệu quả chuyển động lăn với khả năng thích nghi địa hình [1, 2, 3], cho phép thực hiện các chế độ như di chuyển nhanh, thay đổi chiều cao và vượt chướng ngại [1, 4]. Nhờ sự phát triển của cơ cấu chấp hành và hệ nhúng, WBR ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực [1, 2].

Tuy nhiên, các nền tảng hiện đại có xu hướng sử dụng các phương pháp điều khiển phức tạp như WBC [5, 6] hay MPC [4], dẫn đến yêu cầu cao về tính toán và phần cứng [5]. Điều này gây khó khăn cho việc triển khai trên các hệ thống chi phí thấp và làm giảm tính thực tiễn. Bên cạnh đó, hiện tượng nghiêng thân (CTA) do đặc tính con lắc ngược cũng ảnh hưởng đến độ ổn định và độ cân bằng [4], trong khi các giải pháp hiện đang còn tương đối phức tạp.

Trong nghiên cứu này, một phương pháp điều khiển tối giản dựa trên phân tích động lực học theo thang thời gian. Hệ cân bằng bánh-thân được điều khiển bằng LQR, trong khi hệ chân được xử lý như một bộ điều chỉnh trạng thái sử dụng PID kết hợp Virtual Model Control [2]. Cách tiếp cận này loại bỏ nhu cầu tối ưu trực tuyến nhưng vẫn đảm bảo khả năng vận hành thời gian thực trên phần cứng hạn chế. Các đóng góp chính bao gồm thiết kế chi phí thấp, kiến trúc điều khiển gọn nhẹ và thực nghiệm xác nhận hiệu quả hệ thống.



Hình 1. Mô hình WBR trong mặt phẳng dọc và các sơ đồ vật tự do của nó.

(a) Mô hình 3D vật lý của WBR; (b) Biểu diễn đầy đủ của WBR đã được đơn giản hóa. Phân tích vật tự do của (c) cụm thân, (d) chân ảo, và (e) bánh xe.

2. MÔ TẢ HỆ THỐNG VÀ MÔ HÌNH HÓA

2.1. Cấu tạo của robot hai chân có bánh xe

WBR được xét trong nghiên cứu này được minh họa trong Hình 1(a), gồm ba mô-đun chính: thân nổi, hai chân liên kết song song đối xứng, và hai mô-tơ độc lập dẫn động bánh xe. Thân xe và bánh xe được nối bởi các chân tạo thành cơ cấu năm khớp phẳng kín, bánh xe được dẫn động trực tiếp bởi động cơ đặt tại đầu xa của liên kết.

Hệ thống có sáu bậc tự do điều khiển, bao gồm bốn khớp hông và hai động cơ bánh xe. Chuyển động của xe được mô tả qua: hệ quy chiếu quán tính $\{W\}$ gắn với mặt đất (trục X theo hướng chuyển động, trục Z hướng lên trên) và hệ quy chiếu thân $\{B\}$ gắn với tâm khối lượng của thân. Định hướng tương đối giữa hai hệ này xác định góc nghiêng φ của thân.

Do động lực học của robot WBR có tính phi tuyến và liên kết phức tạp, việc xây dựng

mô hình đầy đủ để điều khiển trực tiếp là khó khăn và tốn kém tính toán. Vì vậy, nghiên cứu sử dụng phương pháp Virtual Model Control (VMC), trong đó hệ được biểu diễn thông qua các lực/mô-men ảo trong không gian nhiệm vụ và sau đó chuyển đổi thành mô-men khớp. Cách tiếp cận này giúp đơn giản hóa bài toán điều khiển và vẫn đảm bảo khả năng thực thi thời gian thực

Áp dụng định luật II Newton và phương trình quay Euler cho từng hệ con một cách độc lập thu được ba phương trình chuyển động phi tuyến liên kết với nhau, trong đó các lực ràng buộc nội tại tại trục bánh xe và khớp hông được giữ ở dạng tổng quát:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\tau_{banhxe} - F_{bx}}{\frac{I_{bx}}{r} + m_{bx} \cdot r} \\ I_{chan} \cdot \ddot{\theta} = [F_{bz} \cdot L \cdot \eta + F_{tz} \cdot L \cdot (1 - \eta)] \cdot \sin \theta - \tau_{banhxe} \\ \quad + \tau_{than} - [F_{bx} \cdot L \cdot \eta + F_{tx} \cdot L \cdot (1 - \eta)] \cdot \cos \theta \\ I_{than} \cdot \ddot{\phi} = -\tau_{than} - F_{tx} \cdot d \cdot \cos \phi + F_{tz} \cdot d \cdot \sin \phi \end{cases} \quad (1)$$

Trong đó, $\ddot{x}$ là gia tốc theo phương x trục bánh xe; $\theta, \ddot{\theta}$ lần lượt là góc nghiêng và gia tốc góc của góc nghiêng thân xe so với phương thẳng đứng; $\phi, \ddot{\phi}$ lần lượt là góc quay tuyệt đối của thân và gia tốc quay tổng thể của thân trong không gian; m_{bx} lần lượt là trọng lượng của thân xe, chân và bánh xe; $I_{than}, I_{chan}, I_{bx}$ lần lượt là mô-men quán tính quay của thân xe, chân và bánh xe; F_{bx}, F_{bz} lần lượt là lực tương tác theo phương x và phương z tại khớp hông; F_{tx}, F_{tz} lần lượt là lực tương tác theo phương x và phương z tại khớp bánh xe; $\tau_{than}, \tau_{banhxe}$ lần lượt là mô-men điều khiển tại khớp hông và mô-men kéo của bánh xe; d là khoảng cách từ trọng tâm thân xe tới đường nối tâm quay 2 động cơ hông; η là hệ số phân bố trọng lượng của chân; L là chiều dài chân; và r là bán kính bánh xe.

2.2. Tuyến tính hóa và biểu diễn không gian trạng thái

Hệ được tuyến tính hóa quanh điểm cân bằng $x = 0$. Do không có truyền thẳng trực tiếp từ đầu vào ra đầu ra nên ma trận [D] được đặt bằng 0.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & 0 & 0 & A_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{41} & 0 & 0 & 0 & A_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{61} & 0 & 0 & 0 & A_{65} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ x \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} \\ 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} \\ 0 & 0 \\ B_{61} & B_{62} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{than} \\ \tau_{banhxe} \end{bmatrix} \quad (2)$$

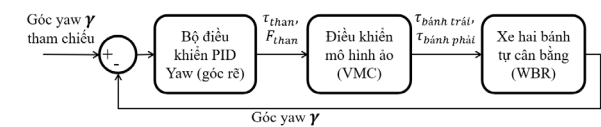
$$A_{ij} = \frac{\partial^2 \ddot{x}_i}{\partial x_j} \bigg|_{x=0} \quad (i = 2, 4, 6; j = 1, 5)$$

$$B_{ij} = \frac{\partial^2 \ddot{x}_i}{\partial u_j} \bigg|_{x=0} \quad (i = 2, 4, 6; j = 1, 2)$$

3. CẤU TRÚC ĐIỀU KHIỂN

3.1. Bộ điều khiển PID

Mô hình sử dụng 3 bộ điều khiển PID ở vòng ngoài để điều khiển các thông số: Góc rẽ (Yaw), góc nghiêng ngang (roll) và chiều dài chân L. Sơ đồ điều khiển của bộ điều khiển PID cho góc yaw được thể hiện trong Hình 2, tương tự với bộ điều khiển góc roll và chiều dài chân L.



Hình 2. Sơ đồ điều khiển PID Yaw (góc rẽ)

3.2. Điều khiển mô hình ảo

Véc-tơ lực ảo tương ứng tác dụng lên thân được định nghĩa là:

$$F = \begin{bmatrix} F_{than} \\ \tau_{than} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Các biến ảo này đóng vai trò như tín hiệu điều khiển được thiết kế để khiến robot

phản ứng như thể có một hệ treo vật lý tác động lên thân. Sau đó, phép ánh xạ từ lực không gian tác vụ sang mô-men động cơ trong không gian khớp được thực hiện thông qua quan hệ động học–tĩnh học cơ bản:

$$\tau = J^T F \quad (4)$$

3.3. Điều khiển cân bằng LQR

Luật điều khiển được thiết kế dưới dạng phản hồi trạng thái tuyến tính:

$$u = -Kx$$

$$\tau = J^T F \begin{bmatrix} \tau_{\text{than}} \\ \tau_{\text{banhxe}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Bộ điều khiển Linear Quadratic Regulator (LQR) được sử dụng để tính toán ma trận hệ số K. Hàm chi phí J được định nghĩa như sau:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (6)$$

Để tối thiểu hoá hàm chi phí J, tín hiệu điều khiển u phải thoả mãn:

$$u = -R^{-1} B^T P x \quad (7)$$

Khi đó, ma trận hệ số phản hồi trạng thái được xác định bởi:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (8)$$

Với ma trận P là nghiệm của phương trình Riccati đại số:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (9)$$

4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Trong mô phỏng, các giá trị được lựa chọn lần lượt là: $L = 0.1\text{m}$; m_{than} , m_{chan} , m_{banhxe}

lần lượt là 3,5kg, 0,4kg và 0,3kg; Bán kính bánh xe $r = 0.035\text{m}$; chiều dài các khâu cơ khí lần lượt là: khoảng cách giữa trục 2 động cơ hông là 0.12m; chiều dài khâu trên là 0.06m; chiều dài khâu dưới là 0.12m. Xe được khảo sát trong hai trường hợp chính: trường hợp lên dốc và thả rơi với dốc dài 1m, cao 20cm và trường hợp đi thẳng và rẽ hướng theo yêu cầu với tín hiệu rẽ hướng tham chiếu là tín hiệu hình sin có đỉnh là 30 độ và chu kỳ $\sim 1.57\text{s}$. Các kết quả mô phỏng thu được thể hiện trong các đồ thị dưới đây:

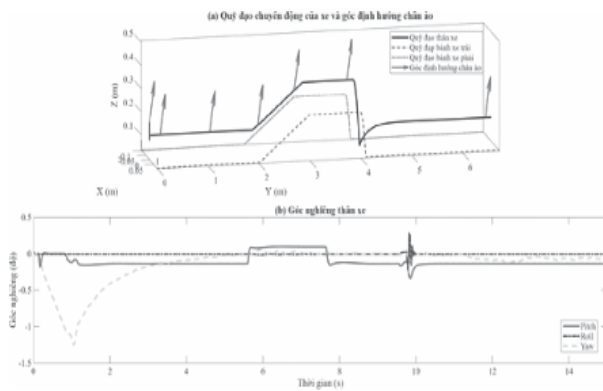
4.1. Trường hợp lên dốc và thả rơi

Hình 3 mô tả đáp ứng của hệ thống khi robot di chuyển qua địa hình biến đổi, gồm hai giai đoạn: lên dốc và thả rơi.

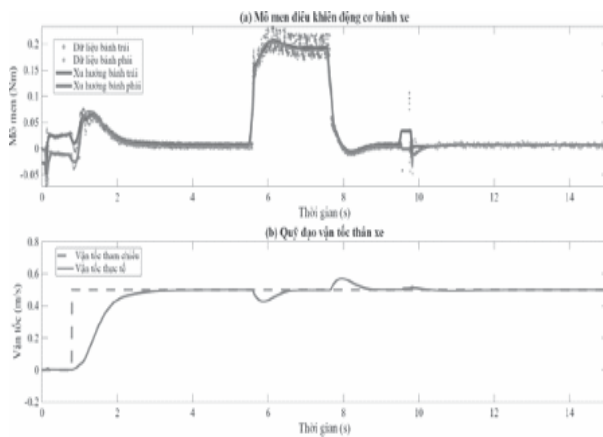
- Giai đoạn lên dốc ($t \approx 5.6 \rightarrow 7.7\text{ s}$): Xe di chuyển lên vùng địa hình cao hơn với quỹ đạo thay đổi tròn (Hình 3(a)). Góc chân ảo được điều chỉnh để duy trì cân bằng. Các góc thân dao động nhỏ, với pitch trong khoảng $[-0.15; 0.1]^\circ$, và yaw dao động qua lại quanh vị trí cân bằng với biên độ giảm dần, cho thấy hệ ổn định tốt dù có sự phân bố tải không đều.

- Giai đoạn thả rơi ($t \approx 9.7\text{ s}$): Khi xe tiếp đất sau mép dốc, nhiễu lớn xuất hiện làm các góc thân dao động rõ rệt, đặc biệt là roll với biên độ khoảng $[-0.223; 0.282]^\circ$ ở thời điểm tiếp đất sau đó giảm dần. Pitch và yaw cũng dao động nhưng vẫn nằm trong giới hạn với giá trị lần lượt là: 0.34° và 0.17° . Các dao động bị dập tắt dần, thể hiện khả năng cân bằng của hệ.





Hình 3. Quỹ đạo và góc nghiêng thân xe trong trường hợp lên dốc và thả rơi

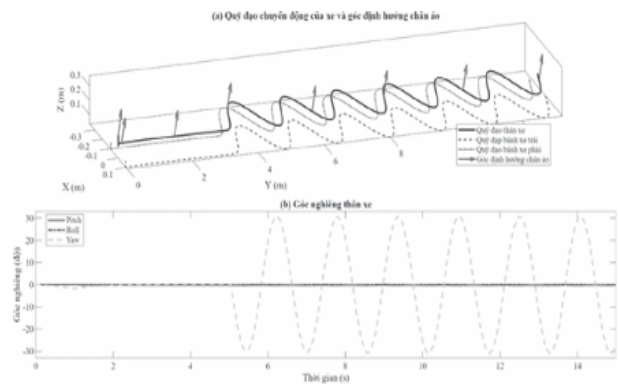


Hình 4. Mô-men bánh xe và vận tốc thân xe trong trường hợp lên dốc và thả rơi

Mô-men bánh xe duy trì liên tục trong khoảng $[0.170; 0.233]$ Nm (thể hiện trong hình 4b) trong giai đoạn xe lên dốc. Khi thả rơi xe, độ chênh lệch cực đại là 0.12 Nm giữa hai bánh xe để bù nhiễu. Vận tốc xe bám sát giá trị đặt, sai lệch cực đại 0.07 m/s và hồi phục nhanh cho thấy khả năng điều khiển mạnh mẽ của hệ thống.

Tổng thể, hệ thống đảm bảo ổn định và bám quỹ đạo tốt trong cả hai giai đoạn, dù pha thả rơi gây dao động lớn hơn, thể hiện rõ rệt ở tín hiệu góc roll.

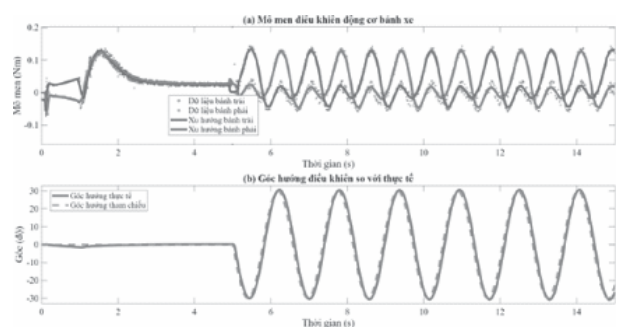
4.2. Trường hợp đi thẳng và rẽ hướng với tín hiệu yêu cầu



Hình 5. Quỹ đạo và góc nghiêng thân xe trong trường hợp đi thẳng và rẽ hướng theo tín hiệu yêu cầu

Trong trường hợp này, hệ thống được đánh giá dưới hai chế độ chuyển động: đi thẳng và rẽ hướng theo yêu cầu.

Ở pha đi thẳng, robot duy trì chuyển động ổn định với vận tốc bám sát giá trị đặt. Các góc thân, đặc biệt là pitch và yaw, dao động trong biên độ nhỏ: 0.26° với pitch và 0.55° với yaw, góc roll xấp xỉ 0 cho thấy khả năng giữ cân bằng tốt theo phương dọc và hạn chế lệch ngang. Góc yaw gần như không biến thiên đáng kể, phản ánh trạng thái chuyển động thẳng ổn định và sai lệch hướng nằm trong khoảng cho phép.



Hình 6. Mô-men điều khiển bánh xe và so sánh tín hiệu góc rẽ (yaw) trong trường hợp đi thẳng và rẽ hướng theo tín hiệu yêu cầu

Khi chuyển sang pha rẽ, hệ thống tạo chuyển động quay thông qua mô-men vi sai

giữa hai bánh xe. Do có điều khiển góc yaw, góc roll và pitch bị ảnh hưởng. Tuy nhiên, biên độ sai lệch các góc vẫn được giữ trong giới hạn $[-0.16; 0.16]^\circ$, cho thấy bộ điều khiển đảm bảo ổn định trong quá trình chuyển hướng.

Ở cơ cấu chấp hành, mô-men bánh xe thay đổi có chủ đích, với độ chênh lệch cực đại 0.137 Nm giữa hai bánh để tạo mô-men quay (đồ thị 6a). Các tín hiệu điều khiển duy trì trơn và liên tục, không xuất hiện gián đoạn. Biên độ góc rẽ bám sát với tín hiệu yêu cầu 30° với giá trị đo được là $30,7^\circ$. Tuy nhiên, xuất hiện độ trễ giữa tín hiệu thực tế và tín hiệu điều khiển là $\sim 0.1s$, giá trị này hoàn toàn nằm trong phạm vi cho phép.

Tổng thể, hệ thống thể hiện khả năng chuyển đổi linh hoạt giữa đi thẳng và rẽ hướng, đồng thời duy trì ổn định và độ chính xác điều khiển cao.

5. KẾT LUẬN

Với nền tảng là mô hình động lực học được rút gọn kết hợp cùng bộ điều khiển phân tầng sử dụng kết hợp các mô hình điều khiển LQR, PID và VMC, nghiên cứu đã mô phỏng và đánh giá khả năng giữ thăng bằng, thích nghi với điều kiện địa hình và đáp ứng các yêu cầu về trạng thái. Các kết quả mô phỏng trên địa hình biến đổi và trong các kịch bản đi thẳng, rẽ hướng, lên dốc và thả rơi đã chứng minh robot duy trì ổn định động lực học, bám quỹ đạo chính xác và phản ứng linh hoạt với tín hiệu điều khiển. Bộ điều khiển phân cấp cho thấy khả năng thích ứng với các dao động và nhiễu, đồng thời đảm bảo lực và mô-men bánh xe nằm trong giới hạn cho phép. Những kết quả này khẳng định hiệu quả và tính khả thi của kiến trúc điều khiển đề xuất cho triển khai thời gian thực, đồng thời cung cấp cơ sở khoa học cho việc phát triển các hệ thống điều khiển WBR

trong thực tế. Nghiên cứu mở ra hướng phát triển tiếp theo bao gồm tối ưu hóa tham số điều khiển, tích hợp cảm biến địa hình và lực ngoài để nâng cao khả năng vận hành trên địa hình phức tạp và tăng tính linh hoạt của robot. ❖

Ngày nhận bài: **16/3/2026**

Ngày phản biện: **30/3/2026**

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Xuefei Liu, Yi Sun, Shikun Wen, Kai Cao, Qian Qi, Xiaoshu Zhang, Huan Shen, Guangming Chen, Jiajun Xu, Aihong Ji, (2024), “*Development of Wheel-Legged Biped Robots: A Review*”. Journal of Bionic Engineering, 21, 607-634, DOI: 10.1007/s42235-023-00468-1.
- [2]. Victor Klemm, Alessandro Morra, Ciro Salzmann, Florian Tschopp, Karen Bodie, Lionel Gulich, Nicola K  ng, Dominik Mannhart, Corentin Pfister, Marcus Vierneisel, Florian Weber, Robin Deuber, Roland Siegwart, (2019), “*Ascento: A Two-Wheeled Jumping Robot*”. 2019 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), DOI: 10.1109/ICRA.2019.8793792.
- [3]. Shuai Wang, Leilei Cui, Jingfan Zhang, Jie Lai, et al., (2021), “*Balance Control of a Novel Wheel-legged Robot: Design and Experiments*”. 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), DOI: 10.1109/ICRA48506.2021.9561579.
- [4]. Nan Mao, Junpeng Chen, Emmanouil Spyarakos-Papastavridis, Jian S. Dai, (2024), “*Dynamic modeling of wheeled biped robot and controller design for reducing chassis tilt angle*”. Robotica, 42(8), 1-29 / article record, DOI: 10.1017/S0263574724001061.
- [5]. Victor Klemm, Alessandro Morra, Lionel Gulich, Dominik Mannhart, David Rohr, Mina Kamel, Yvain de Viragh, Roland Siegwart, (2020), “*LQR-Assisted Whole-Body Control of a Wheeled Bipedal Robot With Kinematic Loops*”. IEEE Robotics and Automation Letters, 5(2), 3745-3752, DOI: 10.1109/LRA.2020.2979625.
- [6]. Biao Wang, Yaxian Xin, Chao Chen, Zihao Song, Baoshuai Sun, Tianshuai Guo, (2025), “*Whole-Body Control with Uneven Terrain Adaptability Strategy for Wheeled-Bipedal Robots*”. Electronics, 14(1), 198, DOI: 10.3390/electronics14010198.