

TÍNH TOÁN QUỸ ĐẠO BOM BẰNG PHƯƠNG PHÁP HỆ SỐ XẤP XỈ

CALCULATION OF BOMB TRAJECTORY PARAMETERS USING APPROXIMATION COEFFICIENTS

TS. Lê Hữu Ban, TS. Nguyễn Nam Quý

Khoa Vũ khí, Học viện Kỹ thuật quân sự

Email: lehuuban.mta@gmail.com;

nnq26021983@gmail.com

TÓM TẮT

Bài báo trình bày phương pháp tính toán các tham số quỹ đạo của bom hàng không bằng cách sử dụng các hệ số xấp xỉ. Thay vì giải hệ phương trình vi phân phi tuyến phức tạp mô tả chuyển động của vật thể trong khí quyển, phương pháp xấp xỉ được đề xuất nhằm giảm đáng kể thời gian tính toán mà vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết. Trong nghiên cứu, các phương trình chuyển động có xét đến lực cản không khí được sử dụng để tạo dữ liệu chuẩn. Trên cơ sở đó, phương pháp bình phương tối thiểu được áp dụng để xây dựng các hàm xấp xỉ mô tả mối quan hệ giữa các tham số ban đầu (độ cao thả, vận tốc, góc thả) và các đại lượng đầu ra (tầm bay, thời gian bay). Kết quả cho thấy phương pháp xấp xỉ có thể thay thế hiệu quả phương pháp giải số trong nhiều bài toán thực tế, đặc biệt trong các hệ thống yêu cầu tính toán nhanh theo thời gian thực.

Từ khóa: Quỹ đạo bom; Hệ số xấp xỉ; Lực cản không khí; Đạn đạo; Mô phỏng số.

ABSTRACT

This paper presents a method for calculating bomb trajectory parameters using approximation coefficients. Instead of solving complex nonlinear differential equations describing motion in the atmosphere, the approximation method significantly reduces computational time while maintaining acceptable accuracy. In this study, numerical solutions of motion equations with air resistance are used as reference data. Based on these results, the least squares method is applied to construct approximation functions relating initial conditions (release height, velocity, release angle) to output parameters (range and flight time). The results demonstrate that the approximation method can effectively replace numerical solutions in practical applications, especially in real-time systems.

Keywords: Bomb trajectory; Approximation coefficients; Air resistance; Ballistics; Numerical simulation.



1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Bài toán xác định quỹ đạo của bom hàng không là một nội dung quan trọng trong lĩnh vực đạn đạo học và kỹ thuật quân sự. Việc tính toán chính xác điểm rơi của bom phụ thuộc vào nhiều yếu tố như vận tốc ban đầu, độ cao thả, góc thả và đặc biệt là ảnh hưởng của lực cản không khí. Trong thực tế, chuyển động của bom trong khí quyển được mô tả bởi hệ phương trình vi phân phi tuyến, rất khó giải bằng phương pháp giải tích. Do đó, các phương pháp số như Euler hoặc Runge-Kutta thường được sử dụng. Tuy nhiên, các phương pháp này có nhược điểm là thời gian tính toán lớn, khó áp dụng trong các hệ thống yêu cầu phản ứng nhanh. Vì vậy, việc xây dựng các công thức xấp xỉ nhằm thay thế quá trình giải số là cần thiết. Bài báo này tập trung nghiên cứu phương pháp sử dụng hệ số xấp xỉ để tính toán nhanh các tham số quỹ đạo của bom.

2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC

2.1. Các giả thiết

Để đơn giản hóa bài toán, một số giả thiết được đưa ra:

- Gia tốc trọng trường là không đổi;
- Trái đất được coi là phẳng;
- Không xét đến ảnh hưởng của gió;
- Môi trường khí quyển là đồng nhất;
- Lực cản không khí luôn ngược chiều chuyển động.

2.2. Phương trình chuyển động

Chuyển động của bom trong mặt phẳng được mô tả bởi hệ phương trình [1], [2]:

$$\text{Theo phương ngang: } \frac{dV_x}{dt} = -R_x \cos \theta$$

Theo phương thẳng đứng:

$$\frac{dV_y}{dt} = -g - R_x \sin \theta$$

Trong đó:

• R_x : Lực cản không khí, $R_x = \frac{1}{2} C_x \rho V^2 S$,
 S : Tiết diện ngang lớn nhất của đạn; ρ : khối lượng riêng của không khí.

• θ : Góc vận tốc.

Các phương pháp giải số cho độ chính xác cao nhưng tốn thời gian tính toán, phụ thuộc bước thời gian và khó triển khai trong hệ thống nhúng.

3. PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ

3.1. Nguyên lý

Phương pháp xấp xỉ dựa trên việc xây dựng các hàm gần đúng [3]:

$$X = f(V, H, \lambda)$$

$$T = g(V, H, \lambda)$$

Trong đó:

- X : Tầm bắn; T : Thời gian bay;
- V, H, λ : Tham số đầu vào khi thả bom:

Vận tốc thả, độ cao thả, góc thả.

3.2. Xây dựng hệ số xấp xỉ

Quy trình gồm:

- 1) Tính dữ liệu chuẩn bằng phương pháp số;
- 2) Lập bảng dữ liệu;
- 3) Áp dụng phương pháp bình phương tối thiểu;
- 4) Xác định hệ số của đa thức xấp xỉ.

4. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

4.1. Thiết lập bài toán tính toán

Các tính toán được thực hiện cho loại bom không điều khiển có khối lượng 500kg, đường kính 0.8m, hệ số hình dạng $i = 1.2$. Hàm lực cản của đạn mẫu $C_{xm}(M)$ được cho trong

Bảng 1. Để đánh giá độ chính xác của phương pháp xấp xỉ, tiến hành mô phỏng thả bom ở độ cao: $H = 500$ m; Vận tốc thả: $200 \div 400$ m/s; Góc thả: $\lambda = -5^\circ \div 5^\circ$; $g = 9.81$ m/s². Hai phương pháp được sử dụng là Giải số (Runge-Kutta bậc 4) – làm chuẩn và Phương pháp xấp xỉ đa thức bậc 2–3.

Bảng 1. Hàm lực cản mẫu

M	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.5	3
C_{xm}	0	0.05	0.2	0.45	0.9	1.2	1.5	1.8	2	2.2	2.35	2.45	2.5	2.55	2.6

4.2. Kết quả tính toán

Kết quả tính toán tầm bắn và thời gian đạn bay được thể hiện trong Bảng 2 và Bảng 3.

Bảng 2. Sự phụ thuộc của tầm bắn theo sơ tốc

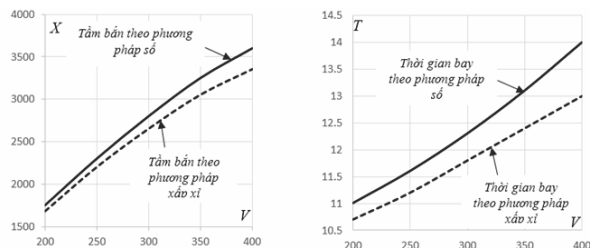
V (m/s)	X_RK4 (m)	X_xấp xỉ (m)	Sai số (%)
200	1750	1680	4.0%
250	2300	2200	4.3%
300	2800	2650	5.4%
350	3250	3050	6.2%
400	3600	3350	6.9%

Bảng 3. Sự phụ thuộc của thời gian đạn bay theo sơ tốc

V (m/s)	T_RK4 (s)	T_xấp xỉ (s)	Sai số (%)
200	11	10.7	2.7%
250	11.6	11.2	3.4%
300	12.3	11.8	4.1%
350	13.1	12.4	5.3%
400	14	13	7.1%

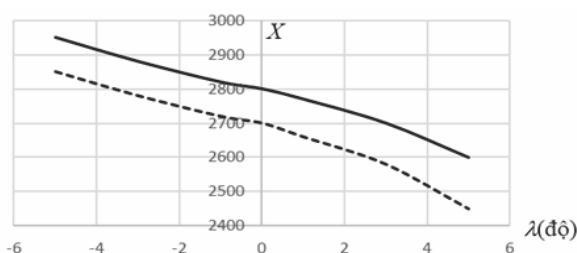


Đồ thị thể hiện sự phụ thuộc của tầm bắn và sơ tốc theo thời gian đạn bay được thể hiện trong Hình 1.



Hình 1. Sự phụ thuộc của tầm bắn và thời gian đạn bay vào sơ tốc

Đồ thị thể hiện sự phụ thuộc của tầm bắn vào góc thả được thể hiện trong Hình 2.



Hình 2. Sự phụ thuộc của tầm bắn vào góc thả

4.3. Thảo luận

a) Sự phụ thuộc của tầm bắn và sơ tốc theo thời gian

Kết quả tính toán cho thấy thời gian bay của bom tăng theo sơ tốc ban đầu do lực cản khí động làm giảm gia tốc rơi hiệu dụng. Đồng thời, tầm bắn cũng tăng theo sơ tốc, tuy nhiên không còn quan hệ tuyến tính như trong trường hợp lý tưởng, mà có xu hướng phi tuyến do ảnh hưởng của lực cản tăng mạnh theo vận tốc. Khi thời gian bay tăng, tầm bắn tăng tương ứng nhưng với tốc độ giảm dần. Điều này phản ánh mối quan hệ chặt chẽ giữa ba đại lượng và vai trò chi phối của lực cản trong chuyển động thực tế.

b) Sự phụ thuộc của tầm bắn vào góc thả

Kết quả tính toán cho thấy tầm bắn của bom giảm dần khi góc thả tăng theo hướng dương, do thành phần vận tốc theo phương ngang bị suy giảm. Ngược lại, khi góc thả mang giá trị âm nhỏ, tầm bắn tăng nhẹ nhờ tăng vận tốc ngang ban đầu, mặc dù thời gian bay giảm. Quan hệ này mang tính phi tuyến yếu và cho thấy tồn tại một góc thả tối ưu lệch về phía âm trong điều kiện có lực cản. Tuy nhiên, mức độ ảnh hưởng của góc thả là nhỏ hơn so với vận tốc ban đầu.

5. KẾT LUẬN

Kết quả tính toán cho thấy phương pháp sử dụng các hệ số xấp xỉ cho phép tái hiện tương đối chính xác các tham số quỹ đạo như: tầm bay, thời gian bay, vận tốc theo thời gian.

So với phương pháp giải số đầy đủ (giải phương trình vi phân), sai số của phương pháp xấp xỉ nằm trong giới hạn cho phép trong miền làm việc đã xét. Phương pháp sử dụng hệ số xấp xỉ là một công cụ hiệu quả trong việc xác định nhanh các tham số quỹ đạo của bom trong điều kiện có xét đến lực cản không khí. Mặc dù tồn tại sai số nhất định, phương pháp vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết trong phạm vi ứng dụng thực tế và có tiềm năng triển khai trong các hệ thống tính toán thời gian thực. ❖

Ngày nhận bài: 18/3/2026

Ngày phản biện: 27/3/2026

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Bộ môn Cơ sở bắn, “Giáo trình thuật phóng ngoài”. Học viện Kỹ thuật quân sự, 2003.
- [2]. Lê Minh Thái, Vũ Nhật Minh, “Các nguyên lý cơ bản tính toán quỹ đạo của các thiết bị bay”. Học viện Kỹ thuật quân sự, 2018.
- [3]. Robert L. McCoy, “Modern Exterior Ballistics: The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles”. Schiffer Publishing Ltd, 1999.