

MÔ HÌNH HÓA ĐỘNG HỌC ROBOT TÁC HỢP GIA CÔNG CƠ KHÍ

KINEMATIC MODELING OF A COLLABORATIVE ROBOT IN MECHANICAL PROCESSING

Trần Minh Thúy

Trường Cơ khí, Đại học Bách Khoa Hà Nội

Email: thuy.tranminh@hust.edu.vn

TÓM TẮT

Sự phát triển của sản xuất thông minh đã thúc đẩy việc ứng dụng robot trong gia công cơ khí như phay, mài, đánh bóng, v.v.. Ưu điểm của việc ứng dụng robot trong các quy trình công nghệ gia công là tính linh hoạt cao trong việc lập trình gia công; dễ dàng thay đổi cấu trúc để thích ứng với các thay đổi của đối tượng gia công; không gian làm việc lớn. Robot tác hợp là hệ gồm từ hai robot phối hợp tác công nghệ nên càng có khả năng linh hoạt cao. Một trong các vấn đề quan trọng khi sử dụng robot gia công là thiết kế quỹ đạo dựa trên việc tính toán động học. Đối với robot tác hợp cả robot mang đối tượng gia công và robot mang dụng cụ gia công cùng chuyển động nên việc tính toán động học là bài toán khá phức tạp. Bài báo trình bày phương pháp khảo sát động học hệ robot tác hợp gồm hai robot phối hợp thao tác gia công tạo hình bề mặt. Kết quả áp dụng mô phỏng hoạt động của robot thực hiện gia công mài bề mặt chi tiết hình côn để kiểm định tính đúng đắn của phương pháp.

Từ khóa: Robot tác hợp; Động học; Gia công cơ khí.

ABSTRACT

The development of smart manufacturing has promoted the application of robots in mechanical processing, including milling, grinding, and polishing. The advantages of applying robots in machining technology processes include high flexibility in machining programming, ease of changing the structure to adapt to changes in the machining object, and ample working space. A collaborative robot is a system consisting of two robots that coordinate technological cooperation, allowing for high flexibility. One of the key considerations when using a machining robot is designing the trajectory based on kinematic calculations. For collaborative robots, both the robot carrying the machining object and the robot holding the machining tool move together, making kinematic calculations quite complicated. The article presents a method for investigating the kinematics of a collaborative robot system consisting of two robots that coordinate surface shaping machining operations. The results of applying a simulation of the operation of the robot performing surface grinding machining of a conical part to verify the correctness of the method.

Keywords: Collaborative robots; Kinematics; Mechanical processing.

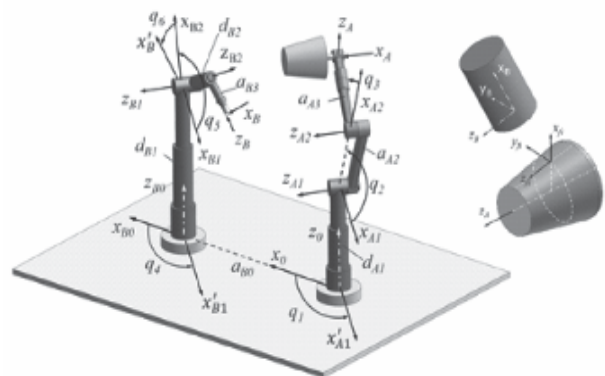
1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Ứng dụng robot trong gia công cơ khí ngày càng được quan tâm nghiên cứu và phát triển [1-5]. Trong [1] dẫn ra nhiều nghiên cứu và tiến bộ gần đây trong lĩnh vực gia công phay sử dụng robot, đặc biệt là đối với các chi tiết phức tạp. Trong [2] trình bày tổng hợp về ứng dụng của robot công nghiệp trong gia công cắt gọt, đặc biệt trong các lĩnh vực như mài, phay, đánh bóng và xử lý bề mặt. Một trong các vấn đề cần giải quyết khi sử dụng robot trong gia công cơ khí là thiết kế quỹ đạo chuyển động cho robot để robot thực hiện thao tác công nghệ. Trong các công trình [6-8] đã trình bày các phương pháp thiết kế đường dụng cụ cho robot. Cùng với việc thiết kế đường dụng cụ cho chuyển động của dụng cụ đối với chi tiết gia công, cần phải tính toán động học ngược để nhận được quy luật chuyển động của robot. Trong các công trình [9, 10] đã trình bày việc thiết kế quỹ đạo chuyển động cho robot gia công tạo hình bề mặt. Thông thường trong gia công cơ khí, đối tượng gia công thường gắn trên giá cố định hoặc thực hiện các chuyển động đơn giản như trong gia công tiện, mài,... Với gia công sử dụng máy CNC nhiều trục hoặc robot tác hợp, để gia công các bề mặt cong của chi tiết máy, chuyển động của dụng cụ và đối tượng gia công thường là các chuyển động không gian phức tạp. Khi đó, việc tính toán động học, thiết kế quỹ đạo chuyển động cho robot là khá phức tạp. Bài báo này trình bày phương pháp tính toán quỹ đạo chuyển động của robot tác hợp trong gia công cơ khí. Từ điều kiện thao tác công nghệ xác định chuyển động tương đối của dụng cụ đối với chi tiết gia công trong không gian động, bài báo dẫn ra phương pháp thiết lập phương trình động học robot tác hợp cho phép tính toán quy luật chuyển động của robot để nhận được chuyển động thao tác mong muốn. Bài báo trình bày một ví dụ áp dụng để minh họa và kiểm chứng.

2. MÔ HÌNH ĐỘNG HỌC ROBOT TÁC HỢP

Hình 1 biểu diễn mô hình robot tác hợp là hệ gồm hai robot cấu trúc nối tiếp chuỗi hở, một robot kẹp chặt và di chuyển chi tiết gia công. Robot này đóng vai trò giống như bàn máy trong các máy công cụ, máy CNC, nên được gọi là robot bàn máy (A). Robot thứ hai kẹp chặt và di chuyển dụng cụ gia công, gọi là robot dụng cụ (B).

Quá trình gia công được thực hiện khi các robot chuyển động sao cho dụng cụ tiếp cận và tương tác thao tác công nghệ lên bề mặt chi tiết gia công phù hợp yêu cầu kỹ thuật gia công tương ứng.



Hình 1. Robot tác hợp gia công cơ khí

Cả hai robot đều có ba bậc tự do, ba khâu động, toàn khớp quay. Ký hiệu các khâu động của robot bàn máy là LA1, LA2, LA3; của robot dụng cụ là LB1, LB2, LB3.

Chọn hệ tọa độ cơ sở $x_0y_0z_0$ đặt tại gốc robot bàn máy. Các hệ tọa độ khâu của robot bàn máy lần lượt là $x_{A1}y_{A1}z_{A1}$, $x_{A2}y_{A2}z_{A2}$, với khâu cuối là $x_Ay_Az_A$. Các hệ tọa độ khâu của robot dụng cụ lần lượt là $x_{B1}y_{B1}z_{B1}$, $x_{B2}y_{B2}z_{B2}$, với khâu cuối là $x_By_Bz_B$. Hệ tọa độ gốc của robot dụng cụ ký hiệu $x_{B0}y_{B0}z_{B0}$.



Các hệ tọa độ được gắn vào các khâu dựa trên quy tắc Denavit-Hartenberg (DH).

Dưới đây trình bày việc khảo sát, tính toán động học robot tác hợp.

3. BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC ROBOT TÁC HỢP

Các hệ tọa độ được gắn vào các khâu của các robot theo quy tắc DH, các tham số động học được biểu diễn trong bảng 1.

Bảng 1. Các tham số động học DH của robot tác hợp

Robot bàn máy					Robot dụng cụ				
i-1/i	θ_i	d_i	a_i	α_i	i-1/i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	d_{A1}	0	$-\pi/2$	1	q_4	d_{B1}	0	$-\pi/2$
2	q_2	0	a_{A2}	0	2	q_5	0	0	$\pi/2$
3	q_3	0	a_{A3}	0	3(B)	q_6	d_{A3}	a_{A3}	$-\pi/2$
4(A)	$-\pi/2$	0	0	0					

Đối với robot bàn máy, hệ tọa độ khâu LA3 sau khi thực hiện các phép chuyển theo quy tắc DH, thực hiện thêm bước 4(A) để đưa đến hệ tọa độ $x_A y_A z_A$, đặt tại tâm bàn kẹp. Hệ tọa độ $x_A y_A z_A$ vừa biểu diễn vị trí và hướng khâu LA3 đối với hệ tọa độ cơ sở, đồng thời được dùng để biểu diễn đối tượng gia công, tức biểu diễn dạng hình học của đối tượng gia công trong $x_A y_A z_A$.

Các ma trận truyền biến đổi tọa độ thuần nhất của robot bàn máy:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_{A1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & a_{A2} \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & a_{A2} \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & a_{A2} \cos q_3 \\ -\cos q_3 & \sin q_3 & 0 & a_{A2} \sin q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

Để tiện trình bày, gọi hệ $x_A y_A z_A$ là hệ tọa độ bàn kẹp, tương ứng, ma trận biểu diễn hệ tọa độ bàn kẹp đối với hệ tọa độ cơ sở là:

$${}^0A_A = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \quad (1)$$

Các ma trận truyền biến đổi tọa độ thuần nhất của robot dụng cụ:

$${}^0B_{B0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{B0} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^{B0}B_1 = \begin{bmatrix} \cos q_4 & 0 & -\sin q_4 & 0 \\ \sin q_4 & 0 & \cos q_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_{B1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^1B_2 = \begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & \sin q_5 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & -\cos q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^2B_3 = \begin{bmatrix} \cos q_6 & 0 & -\sin q_6 & a_{B3} \cos q_6 \\ \sin q_6 & 0 & \cos q_6 & a_{B3} \sin q_6 \\ 0 & -1 & 0 & d_{B3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

Để tiện trình bày, gọi hệ $x_{B_2}y_{B_2}z_{B_2}$ là hệ tọa độ dụng cụ, tương ứng, ma trận biểu diễn hệ tọa độ dụng cụ đối với hệ tọa độ cơ sở theo chuỗi động học robot dụng cụ là:

$${}^0B_B = {}^0B_{B0} {}^0B_1 {}^1B_2 {}^2B_3 \quad (2)$$

Hệ tọa độ dụng cụ thường gắn tại lưỡi cắt. Giả sử robot thực hiện quá trình gia công bề mặt cong bằng đá mài mặt đầu hình trụ. Hệ tọa độ dụng cụ được xác định sao cho: gốc tọa độ tại giao điểm của trục tâm đá mài với mặt phẳng đầu đá; trục x_B pháp tuyến mặt đầu của đá mài, trục z_B tiếp tuyến mặt đầu, trục y_B tạo thành hệ tọa độ thuận, xem Hình 1.

Gọi các thông số định vị hệ tọa độ dụng cụ $x_{B_2}y_{B_2}z_{B_2}$ đối với hệ tọa độ bàn kẹp $x_Ay_Az_A$ là $x, y, z, \alpha, \beta, \eta$, ký hiệu:

$$\begin{cases} p = [x, y, z, \alpha, \beta, \eta]^T \\ \dot{p} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\eta}]^T \\ \ddot{p} = [\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\eta}]^T \end{cases} \quad (3)$$

Ma trận biểu diễn hệ tọa độ $x_{B_2}y_{B_2}z_{B_2}$ đối với hệ tọa độ bàn kẹp $x_Ay_Az_A$ được ký hiệu là:

$${}^A A_B = \begin{bmatrix} c_{11}(\alpha, \beta, \eta) & c_{12}(\alpha, \beta, \eta) & c_{13}(\alpha, \beta, \eta) & x \\ c_{21}(\alpha, \beta, \eta) & c_{22}(\alpha, \beta, \eta) & c_{23}(\alpha, \beta, \eta) & y \\ c_{31}(\alpha, \beta, \eta) & c_{32}(\alpha, \beta, \eta) & c_{33}(\alpha, \beta, \eta) & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Ma trận biểu diễn hệ tọa độ dụng cụ đối với hệ tọa độ cơ sở theo chuỗi động học robot bàn máy là:

$${}^0A_B = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_B \quad (5)$$

Từ các phương trình (2) và (5), ta có phương trình động học robot dạng ma trận như sau:

$${}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_B = {}^0B_{B0} {}^0B_1 {}^1B_2 {}^2B_3 \quad (6)$$

Hoặc đưa về dạng:

$${}^A A_B = A_{AB} = \begin{bmatrix} c_{AB11}(q) & c_{AB12}(q) & c_{AB13}(q) & x_{AB} \\ c_{AB21}(q) & c_{AB22}(q) & c_{AB23}(q) & y_{AB} \\ c_{AB31}(q) & c_{AB32}(q) & c_{AB33}(q) & z_{AB} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Với A_{AB} là ma trận tích hợp từ cấu trúc động học hai robot, các phần tử của A_{AB} là hàm của các tọa độ khớp $q_1, \dots, q_6$. Ký hiệu:

$$\begin{cases} q = [q_1, q_2, \dots, q_6]^T \\ \dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_6]^T \\ \ddot{q} = [\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_6]^T \end{cases} \quad (8)$$

Ta có:

$${}^A A_B = {}^2A_1^{-1}(q_3) {}^1A_2^{-1}(q_2) {}^0A_1^{-1}(q_1) {}^0B_{B0} {}^0B_1(q_4) {}^1B_2(q_5) {}^2B_3(q_6) \quad (9)$$

Các phương trình (6) và (7) cho phép giải bài toán động học thuận và ngược robot.

Một cách tổng quát, đưa phương trình ma trận (6) hoặc (7) về hệ phương trình động học độc lập là hệ các phương trình đại số phi tuyến:



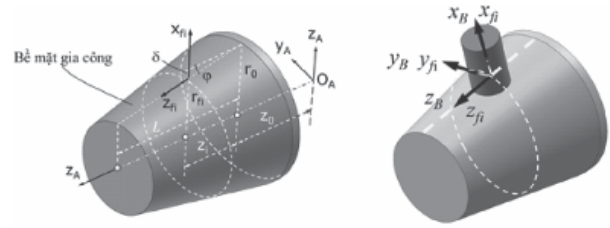
$$\begin{cases} f_1 = x_{AB}(q) - x = 0 \\ f_2 = y_{AB}(q) - y = 0 \\ f_3 = z_{AB}(q) - z = 0 \\ f_4 = c_{AB11}(q) - c_{11}(\alpha, \beta, \eta) = 0 \\ f_5 = c_{AB22}(q) - c_{22}(\alpha, \beta, \eta) = 0 \\ f_6 = c_{AB33}(q) - c_{33}(\alpha, \beta, \eta) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Trạng thái động học của robot bao gồm vị trí và hướng, vận tốc dài, vận tốc góc, gia tốc dài, gia tốc góc của dụng cụ đối với đối tượng gia công, có thể biểu diễn qua chuyển động của dụng cụ của khâu thao tác, tức biểu diễn hệ tọa độ $x_B y_B z_B$ đối với hệ tọa độ bàn kẹp $x_A y_A z_A$. Điều này làm được khi giải bài toán động học thuận của robot. Từ các cảm biến có thể nhận được quy luật chuyển động của các khâu biểu diễn qua các tọa độ khớp và đạo hàm các cấp $q, \dot{q}, \ddot{q}$ của chúng theo thời gian. Khi đó, giải hệ (10), ta nhận được quy luật chuyển động của dụng cụ tức hệ tọa độ $x_B y_B z_B$ đối với hệ tọa độ bàn kẹp $x_A y_A z_A$, xác định bởi $p, \dot{p}, \ddot{p}$.

Ngược lại, khi robot thực hiện thao tác công nghệ, tức chuyển động của dụng cụ đối với chi tiết gia công, các $p, \dot{p}, \ddot{p}$ xác định, giải hệ (10) cũng nhận được chuyển động của các khâu của robot.

4. ỨNG DỤNG

Phần này trình bày việc áp dụng phương pháp mô hình hóa xây dựng mô hình khảo sát động học đã trình bày ở trên để tính toán, thiết kế quỹ đạo chuyển động của robot thực hiện thao tác công nghệ. Một ví dụ được thực hiện là robot mài bề mặt cong hình côn.



Hình 2. Robot tác hợp gia công cơ khí

Bảng 2. Các thông số cấu trúc chi tiết gia công và thông số công nghệ

z_0	r_0	L	φ	v_c	s_t	b
25mm	40mm	120mm	10°	25m/s	60mm/s	0.01mm

Các thông số cấu trúc chi tiết gia công và thông số công nghệ được dẫn ra trong Bảng 2. Trong đó, các thông số cấu trúc được chỉ ra tương ứng trên Hình 2.

Các thông số chế độ công nghệ gồm v_c là vận tốc cắt, b là chiều sâu cắt và lượng chạy dao vòng được quy ra lượng chạy dao theo thời gian là s_t .

Quá trình mài được thực hiện bởi mặt đầu của đá mài di chuyển dọc theo đường dụng cụ là đường sinh của bề mặt gia công sao cho bề mặt đầu của đá mài tiếp xúc với bề mặt hình côn của chi tiết gia công. Đặc trưng hình học của bề mặt gia công tại mỗi điểm trên đường dụng cụ có thể biểu diễn bởi một hệ tọa độ $x_{fi} y_{fi} z_{fi}$ sao cho trục x_{fi} tiếp tuyến với bề mặt gia công tại điểm f_i trên đường dụng cụ. Trục z_{fi} nằm dọc theo đường sinh, trục y_{fi} tạo thành hệ tọa độ thuận.

Điều kiện kỹ thuật gia công là hệ tọa độ dụng cụ $x_B y_B z_B$ và hệ tọa độ bề mặt gia công $x_{fi} y_{fi} z_{fi}$ trùng nhau, Hình 3:

$$x_B y_B z_B = x_{fi} y_{fi} z_{fi} \quad (11)$$

Từ các thông số đã cho, có thể tính quy

luật chuyển động trong không gian thao tác, tức là chuyển động của dụng cụ trong hệ tọa độ bàn kẹp $x_A y_A z_A$.

Do chi tiết gia công hình côn nên các tọa độ thao tác và đạo hàm các cấp của chúng trong (3) được tính theo các tọa độ trụ. Từ điều kiện gia công đã chỉ ra có thể biểu diễn các tọa độ thao tác trong hệ tọa độ bàn kẹp $x_A y_A z_A$:

$$p = [x_i, 0, z_i, 0, \varphi, 0]^T \quad (12)$$

Các chuyển động chạy dao theo thứ tự: tịnh tiến theo trục z_{fi} dọc đường sinh z_i , tịnh tiến theo trục x_{fi} dọc bán kính r_i , quay quanh trục y_{fi} góc φ :

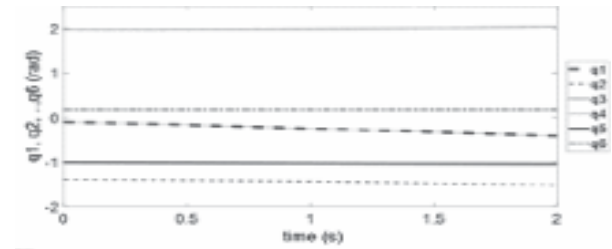
$$\begin{cases} T = \frac{L}{s_i} \\ z_i = s_i t \\ x_i = r_0 - z_i \tan \varphi \end{cases} \quad (13)$$

Trong đó T là thời gian gia công. Góc φ đã có trong Bảng 2. Chọn bước tính thời gian dt ta tính được số bước tính n , cũng như tính được vector $Z = [z_1, \dots, z_n]$, $X = [x_1, \dots, x_n]$. Như vậy, vị trí của dụng cụ trong hệ tọa độ bàn kẹp theo thời gian đã xác định. Gọi vZ , vX tương ứng là các vector vận tốc, vZ , vX là các vector gia tốc của điểm thao tác của dụng cụ trong hệ tọa độ bàn kẹp:

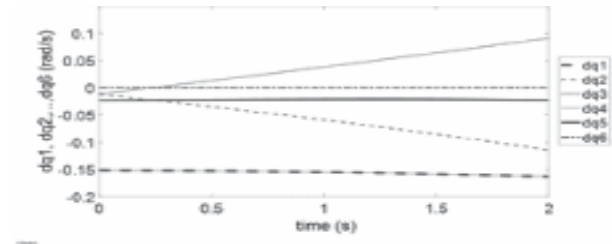
$$\begin{cases} vZ_i = s_i, & i=1, \dots, n; \\ vX_i = -s_i \tan \varphi, & i=1, \dots, n; \end{cases} \quad \begin{cases} aZ_i = 0, & i=1, \dots, n; \\ aX_i = 0, & i=1, \dots, n; \end{cases} \quad (14)$$

Từ kết quả tính toán quy luật chuyển động trong không gian thao tác của dụng cụ, giải bài toán động học ngược bằng việc giải hệ phương trình đại số phi tuyến (10), ta nhận được quy luật chuyển động của các khâu của robot.

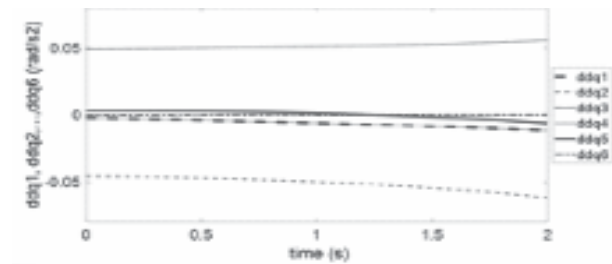
Hình 3 là các đồ thị biểu diễn các tọa độ khớp theo thời gian. Hình 4 là các đồ thị biểu diễn vận tốc tương đối của các khâu, tức đạo hàm bậc nhất của các tọa độ khớp theo thời gian. Hình 5 là các đồ thị biểu diễn gia tốc của các khâu theo thời gian.



Hình 3. Đồ thị vị trí các khâu theo thời gian t



Hình 4. Đồ thị vận tốc các khâu theo thời gian t



Hình 5. Đồ thị gia tốc các khâu theo thời gian t



Hình 6. Mô phỏng hoạt động robot tác hợp gia công mài tinh bề mặt chi tiết hình côn;

https://youtu.be/_2aBpq3ciM [11]



5. KẾT LUẬN

Bài báo áp dụng phép biến đổi tọa độ để thiết lập mô hình tính toán cho phép biểu diễn chuyển động thao tác của dụng cụ đối với đối tượng thao tác động một cách thuận lợi. Mô hình tính toán tương tự như trường hợp dụng cụ thao tác trên đối tượng kẹp chặt trên giá cố định. Từ đó, việc tính toán quỹ đạo chuyển động là thuận lợi.

Sự phối hợp hai robot cho phép khả năng linh hoạt trong việc định vị và định hướng tương đối giữa dụng cụ và chi tiết gia công. Đây chính là lợi thế của robot tác hợp trong các thao tác công nghệ phức tạp như thao tác gia công tạo hình các bề mặt cong của các chi tiết máy.

Cùng số bậc tự do chuyển động tương đối giữa dụng cụ và đối tượng thao tác thì các robot thành phần của robot tác hợp sẽ có cấu trúc chuỗi động ngắn hơn. Điều này làm tăng độ cứng vững và tăng khả năng đảm bảo độ chính xác gia công. ❖

Ngày nhận bài: 03/6/2025

Ngày phản biện: 16/6/2025

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Wang Wenbo, Guo Qiang, Yang Zhibo, Jiang Yan, Xu Jinting, “A state-of-the-art review on robotic milling of complex parts with high efficiency and precision”. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 79 (2023) Article 102436, DOI: 10.1016/j.rcim.2022.102436.
- [2]. Wei Ji, Lihui Wang, “Industrial robotic machining: a review”. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 103 (2019) 1239-1255, DOI: 10.1007/s00170-019-03403-z.
- [3]. John Pandremenos, Christos Doukas, Panagiotis Stavropoulos, Giorgos Chryssolouris, “Machining with robots: A critical review”. In *Proceedings of the DET 2011, Athens, Greece, 28-30 September 2011* 1-8.
- [4]. Wei Ji, Lihui Wang, “Industrial robotic machining: a review”. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 103 (2019) 1239-1255, DOI: 10.1007/s00170-019-03403-z.
- [5]. André F.V. Pedroso, Naiara P.V. Sebbe, Rita C.M. Sales-Contini, Francisco J.G. Silva, Rúben D.F.S. Costa, Iván I. Sánchez, Raul D.S.G. Campilho, “An overview on the recent advances in robot-assisted compensation methods used in machining lightweight materials”. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 91 (2025) Article 102844, DOI: 10.1016/j.rcim.2024.102844.
- [6]. Javad Jahanpour, Mehdi Motalebi, Mojtaba Porghoveh, “A Novel Trajectory Planning Scheme for Parallel Machining Robots Enhanced with NURBS Curves”. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 82 (2016) 257-275, DOI: 10.1007/s10846-015-0239-6
- [7]. Michal Petko, Grzegorz Karpiel, Krzysztof Gac, Grzegorz Góra, Krzysztof Kobus, Janusz Ochoński, “Trajectory tracking controller of the hybrid robot for milling”. *Mechatronics* 37 (2016) 100-111.
- [8]. Souflas, Thanassis; Gerontas, Christos; Bikas, Harry; Stavropoulos, Panagiotis, “On the Optimization of Robot Machining: A Simulation-Based”. *Process Planning Approach Machines* 12 (2024) Article 521, DOI: 10.3390/machines12080521.
- [9]. Hà Thanh Hải, Đỗ Thị Kim Liên, Phan Bùi Khôi, “Thiết kế quỹ đạo và mô phỏng hoạt động của robot tác hợp gia công tạo hình bề mặt cong phức tạp”. *Hội nghị Cơ học Kỹ thuật toàn quốc kỷ niệm 40 năm thành lập Viện Cơ học, Hà Nội 09/4/2019*, 211-219.
- [10]. Phan Bùi Khôi, Hà Thanh Hải, Trần Minh Thúy (2020), “Phân tích động học cho robot gia công phay”. *Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ XI, Hà Nội, 02-03/12/2022*, 648-656.
- [11]. https://youtu.be/_2aBpq3ciM – Mô phỏng hoạt động của robot.