

HIỆU CHỈNH PHÉP ĐO PHA VÀ DỊCH CHUYỂN TRONG GIAO THOA KẾ HOMODYNE ĐIỀU BIẾN TẦN SỐ

PHASE AND DISPLACEMENT CORRECTION IN FREQUENCY-MODULATED HOMODYNE INTERFEROMETRY

Nguyễn Thành Đông

Trường Cơ khí, Đại học Bách khoa Hà Nội

Email: dong.nguyenthanh@hust.edu.vn

TÓM TẮT

Bài báo đề xuất phương pháp tính pha hiệu chỉnh trong hàm $\tan^{-1}$, dựa trên thuật toán khuếch đại khóa tần (LIA) của giao thoa kế homodyne có điều biến tần số, nhằm đo dịch chuyển với độ chính xác nanomet. Pha chưa hiệu chỉnh bị ảnh hưởng bởi sự thay đổi của tỉ số các hàm Bessel do sự thay đổi của chỉ số điều biến m theo dịch chuyển gương. Phương pháp mới loại bỏ tỉ số Bessel trong $\tan^{-1}$, giúp tính pha chính xác hơn. So với cách tính trước, pha hiệu chỉnh cho sai số nhỏ hơn đáng kể và hỗ trợ đo lường chính xác với độ phân giải dưới 1 nm.

Từ khóa: *Giao thoa kế homodyne điều biến tần số; Đo dịch chuyển nhỏ; Khuếch đại khóa tần; Pha tính hiệu chỉnh trong hàm $\tan^{-1}$.*

ABSTRACT

The paper proposes a phase correction method in the $\tan^{-1}$ function, based on the lock-in amplifier (LIA) algorithm in a frequency-modulated homodyne interferometer, for nanometer-precision displacement measurement. The variation of the Bessel function ratio caused by the change in the modulation index m as the mirror moves affects the uncorrected phase. The proposed method eliminates the Bessel function ratio in the $\tan^{-1}$ calculation, enabling more accurate phase estimation. Compared to the previous approach, the corrected phase yields significantly lower error and supports sub-nanometer-level high-precision measurements.

Keywords: *Frequency-modulated homodyne interferometer; Small displacement measurement; Lock-in amplifier; Uncorrected phase in the $\tan^{-1}$ function.*

1. GIỚI THIỆU

Giao thoa kế một tần số homodyne với kỹ thuật điều biến tần số/pha được sử dụng rộng rãi trong các hệ đo giao thoa dịch chuyển nhỏ nhờ độ nhạy cao, dải đo rộng và độ tuyến tính tốt [1, 2]. Kỹ thuật điều biến tần số sóng sin là một ứng dụng điển hình trong kỹ thuật phát và thu thông tin trong giao thoa kế. Hệ thống giao thoa này đã phát triển mạnh mẽ trong các lĩnh vực đo độ dịch chuyển, rung động, địa hình bề mặt,... nhờ cấu hình đơn giản, độ chính xác cao và khả năng miễn nhiễu tốt đối với các nhiễu quang học cũng như điện tử [3, 4].

Trong kỹ thuật điều biến tần số với giao thoa kế homodyne đo dịch chuyển, kỹ thuật khuếch đại khóa tần LIA dùng để tạo cặp tín hiệu hài chẵn và lẻ từ tín hiệu giao thoa I . Biểu đồ Lissajous từ cặp tín hiệu hài này sẽ xác định sự thay đổi pha trong I do dịch chuyển gương đo. Trong nghiên cứu trước, pha trong $\tan^{-1}$ của cặp tín hiệu hài không chính xác do coi tỉ số cặp hàm Bessel trong $\tan^{-1}$ là hằng số với chỉ số điều biến m cố định [5, 6]. Thực tế m thay đổi theo dịch chuyển gương nên tỉ số cặp hàm Bessel thay đổi. $\tan^{-1}$ của pha đúng khi tỉ số Bessel tiến tới 1. $\tan^{-1}$ sẽ không chính xác và có lỗi khi tỉ số cặp hàm Bessel ra xa 1. Điều này giới hạn phép đo dịch chuyển chính xác ở khoảng cách đo đặc biệt.

Trong bài báo này, phép tính pha do hàm $\tan^{-1}$ được hiệu chỉnh bằng kỹ thuật loại bỏ tỉ số cặp hàm Bessel. Phương pháp này có thể tính đúng mà không bị phụ thuộc vào tỉ số cặp hàm Bessel tiến tới 1 hay không. Cách tính này mở rộng hệ đo với các khoảng cách đo tùy ý mà không phụ thuộc vào m và nâng cao độ chính xác phép đo. Kết quả mô phỏng cho thấy pha tính hiệu chỉnh có sai số 10^{-8} rad trên vùng đo 125 rad, tương ứng sai số tương đối 10^{-11} trong điều kiện lý tưởng. Trong tương lai, kỹ thuật tính pha hiệu chỉnh sẽ được kiểm tra trên

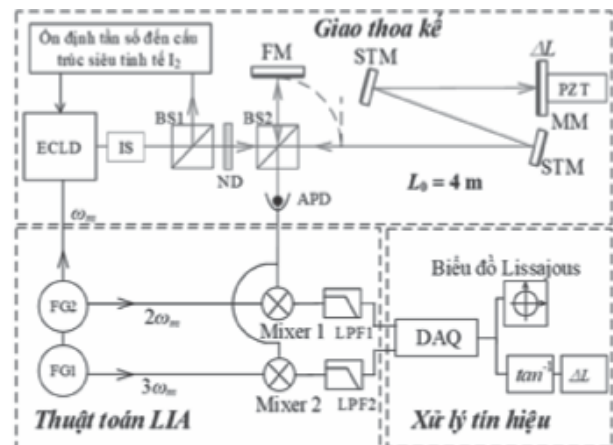
hệ quang thực để nâng cao độ chính xác trong phép đo dịch chuyển nhỏ tới 1 nm.

2. HIỆU CHỈNH ĐO PHA VÀ DỊCH CHUYỂN TRONG GIAO THOA KẾ HOMODYNE ĐIỀU BIẾN TẦN SỐ

Hình 1 mô tả nguyên lý hệ đo. Một nguồn laser đi-ốt khoang cộng hưởng ngoài ECLD được dùng nguồn sáng với tần số được ổn định theo cấu trúc siêu tinh của I_2 . Tần số ánh sáng từ ECLD được điều biến nhờ điều biến dòng bơm của đầu laser theo dạng sóng sin. Tần số góc của ELCD được biểu diễn:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega_m \sin(\omega_m t) \quad (1)$$

Trong đó, $\omega_0 (= 2\pi f_0)$, ω_m và $\Delta\omega_m (= 2\pi\Delta f_m)$ là tần số góc ban đầu của ELCD, tần số góc và biên độ điều biến tương ứng. Ánh sáng sau khi đi qua lọc sáng ND sẽ tách thành hai nhánh nhờ bộ tách chùm BS2, một tới gương cố định FM và một tới gương đo MM. Sau đó, cả hai quay lại gặp nhau tại BS2 tạo ra giao thoa.



Hình 1. Sơ đồ nguyên lý giao thoa một tần số (homodyne) và kỹ thuật điều biến tần số đo dịch chuyển: ECLD - Laser đi-ốt khoang cộng hưởng ngoài; IS - Tấm cách ly; BS - Bộ tách sóng; STM - Gương bán thấu; FM và MM - Gương cố định và gương đo tương ứng; ND - Tấm giảm cường độ; APD - Cảm biến.

Cảm biến quang APD chuyển ánh sáng giao thoa ra tín hiệu điện và tới bộ xử lý tín hiệu dựa trên nguyên lý khuếch đại khóa tần (LIA). I được biểu diễn:

$$I = DC + 2A \cos(m \sin \omega_m t + \Phi), \quad (3)$$

Trong đó, DC, 2A và Φ lần lượt là thành phần một chiều, biên độ và tổng pha.

Pha Φ được tính:

$$\Phi = \frac{4\pi n_{\text{air}}}{\lambda} L = \frac{4\pi n_{\text{air}}}{\lambda} (L_0 + \Delta L), \quad (4)$$

Trong đó: L, L_0 , ΔL , λ , và n_{air} lần lượt là độ lệch khoảng cách đi giữa hai nhánh, độ dài không cân bằng, độ dịch chuyển của gương đo MM, bước sóng ánh sáng trong chân không và chiết suất của không khí. Khai triển theo hàm Bessel và sử dụng kỹ thuật điều chế khuếch đại khóa tần LIA, hài bậc hai ($x(2\omega_m)$) và bậc ba ($y(2\omega_m)$) suy từ tín hiệu I là:

$$\begin{aligned} x(2\omega_m) &= A \cos(\Phi) J_2(m), \\ y(3\omega_m) &= -A \sin(\Phi) J_3(m), \end{aligned} \quad (5)$$

Pha Φ được tính nhờ hàm $\tan^{-1}$ như sau:

$$\Phi = \tan^{-1} \left(-\frac{y(3\omega_m)}{x(2\omega_m)} \times \frac{J_2(m)}{J_3(m)} \right). \quad (6)$$

Tuy nhiên, hệ số điều biến m được tính như sau:

$$m = \frac{4\pi \Delta f_m n_{\text{air}} (L_0 + \Delta L)}{c}, \quad (7)$$

Trong đó, c là vận tốc ánh sáng ở chân không.

Từ (6) và (7), $J_2(m)/J_3(m)$ thay đổi theo ΔL nên Φ trong (6) không tính được. Thực tế, Φ_c chỉ được tính gần đúng trong (6) khi J_2/J_3 không đổi với $m_0 \approx 4\pi \Delta f_m n_{\text{air}} L_0/c$ cố định. Do đó tính pha hiệu chỉnh Φ_c nhờ khử J_2/J_3 . Vì phân x và y:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x &= -A \sin(\Phi) J_2(m) \frac{d}{dt} \Phi, \\ \frac{d}{dt} y &= -A \cos(\Phi) J_3(m) \frac{d}{dt} \Phi. \end{aligned} \quad (8)$$

Tính thương Q của các tích:

$$Q = \frac{x \frac{d}{dt} x}{y \frac{d}{dt} y} = -\left(\frac{J_2(m)}{J_3(m)} \right)^2 = -\left(\frac{J_2}{J_3} \right)^2 \quad (9)$$

Pha hiệu chỉnh Φ_c được tính:

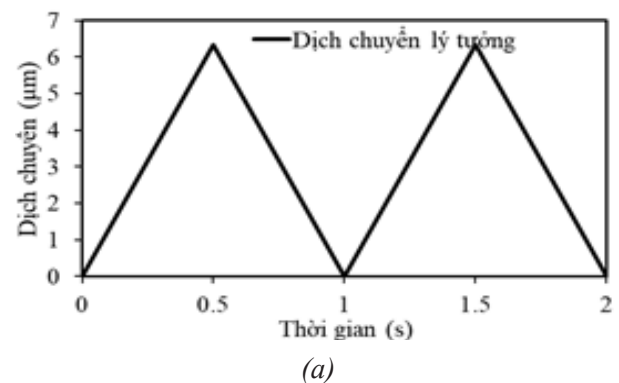
$$\Phi_c = \tan^{-1} \left(-\frac{y(3\omega_m)}{x(2\omega_m)} \times (\sqrt{-Q}) \right). \quad (10)$$

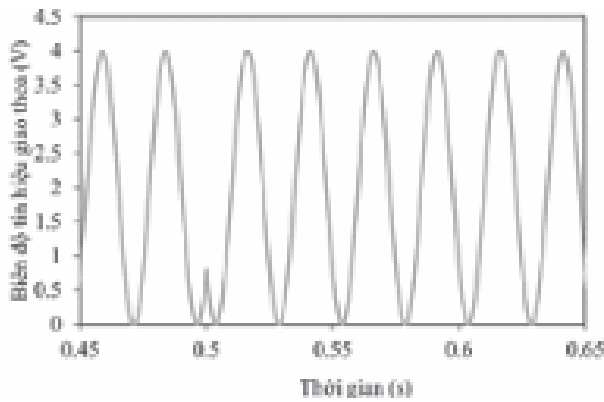
Sai số $\Delta \Phi$ là:

$$\Delta \Phi = \tan^{-1} \left(-\frac{y(3\omega_m)}{x(2\omega_m)} \times \frac{J_2}{J_3} \right) - \Phi_c, \quad (11)$$

Trong đó, J_2/J_3 là hằng số.

3. THỰC NGHIỆM MÔ PHỎNG VÀ KẾT QUẢ

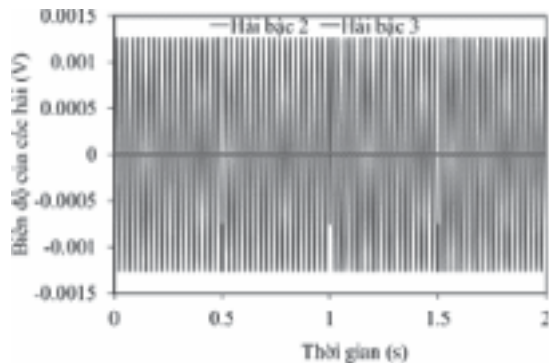




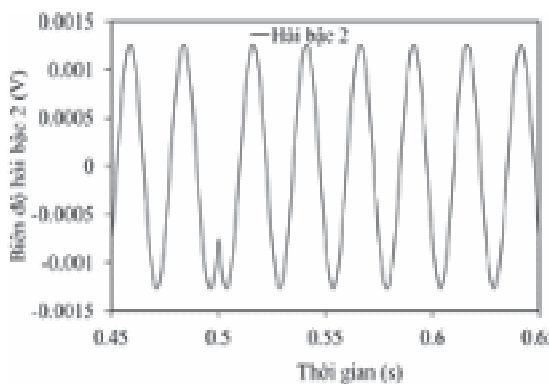
(b)

Hình 2. Dịch chuyển và tín hiệu giao thoa I lý tưởng trong mô phỏng

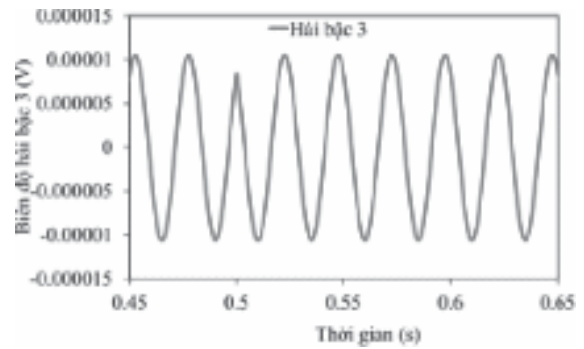
Các thông tin đầu vào sẽ được mô phỏng số. Gương MM được dịch chuyển theo sóng tam giác trong 2 s với tần số 1 Hz và biên độ $6.33 \mu\text{m}$. Pha được biến đổi theo (4). Các thông tin có ở bảng 1.



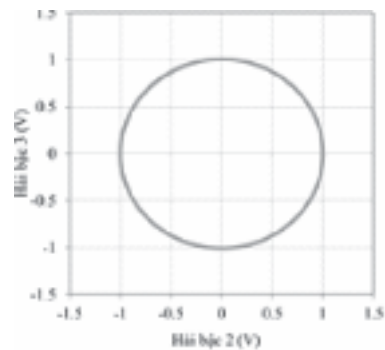
(a)



(b)



(c)



(d)

Hình 3. Các tín hiệu hài mô phỏng từ phương trình (5): (a) Biên độ các hài, (b) và (c) hài bậc 2 và 3 từ giây 0.45 đến 0.65 trong (a) và (d) đường tròn Lissajous

Bảng 1. Các thông số đầu vào của giao thoa kế được giả lập

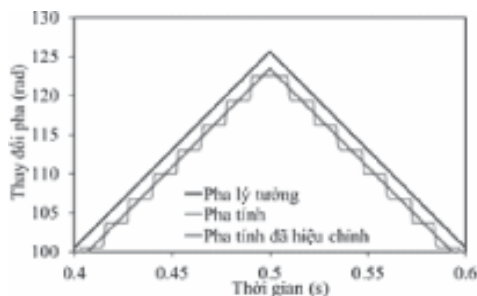
Dịch chuyển sóng tam giác ΔL	$\Delta L = 6.33 \mu\text{m}$	Thành phần một chiều DC	DC = 2 V
Tần số sóng 1 Hz	Tần số sóng 1 Hz	Biên độ A	A = 1 V
Thời gian t	t = 0 - 2 s, dt = 1 ms	Điều biến m_0	$m_0 \approx 0.0503$
Khoảng cách L_0	$L_0 = 4 \text{ m}$	Bước sóng λ	$\lambda = 633 \text{ nm}$
Chiết suất n_{air}	$n_{\text{air}} = 1$	Vận tốc ánh sáng	$c = 10^8 \text{ m/s}$
Tần số điều biến f_m	$f_m = 300 \text{ kHz}$		



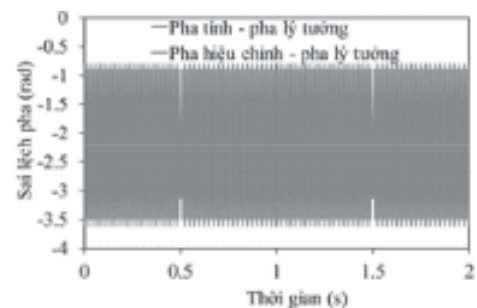
Dịch chuyển và tín hiệu giao thoa I lý tưởng với các thông số trong bảng 1 được mô tả trong hình 2. Dùng thuật toán LIA, các thành phần hài bậc hai $x(2\omega_m)$ và hài bậc ba $x(3\omega_m)$ được tạo ra. Hình 3 biểu diễn các tín hiệu hài mô phỏng bằng phương trình (5). Biên độ hài bậc 3 nhỏ hơn rất nhiều so với biên độ hài bậc 2 do tỉ số $J_3(m_0)/J_2(m_0) \approx 0.0084$ rất bé, tiến gần tới 0 (hình 3(b)). Đường tròn Lissajous gần như hoàn hảo trong hình 3(d). Các pha gồm pha lý tưởng Φ_0 trong (4), pha tính Φ_e trong (6) với $J_3/J_2 \approx 0.0084$ và $m_0 = 0.0503$ và pha tính đã hiệu chỉnh Φ_c trong (10) sẽ được so sánh với nhau trong thời gian $t = 0 - 2$ s, $\Delta t = 1$ ms.



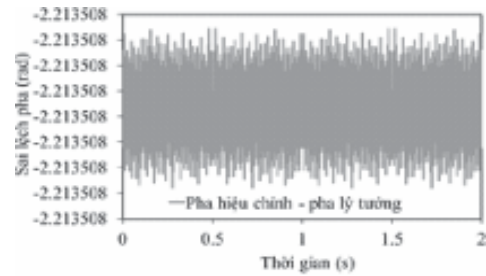
(a)



(b)



(c)



(d)

Hình 4. So sánh các pha từ kết quả mô phỏng: (a) và (b) Φ_0 , Φ_e và Φ_c trong 2 s và từ giây 0.4 đến 0.6, (c) và (d) sự lệch pha Φ_0 và Φ_e và giữa Φ_0 và Φ_c .

Hình 4 biểu diễn so sánh các pha từ kết quả mô phỏng. Các pha Φ_0 trong (4), Φ_e trong (6) và Φ_c trong (10) được so sánh với nhau. Lỗi dịch bậc (step-shift error) của thay đổi pha trong Φ_e được tìm thấy khi J_3/J_2 tiến tới 0 (hình 4(a) và (b)). Sự sai lệch pha giữa Φ_0 và Φ_e và giữa Φ_0 và Φ_c được thấy trong hình 4(c) và (d). Do lỗi dịch bậc nên sự sai lệch giữa Φ_0 và Φ_e là lớn (trên 4.5 rad), ngược lại sai lệch trong mô phỏng lý tưởng là khoảng 10^{-8} rad trên vùng thay đổi pha $\Phi_0 = 125$ rad.

Mở rộng thí nghiệm, lặp lại các bước đánh giá với các $m_0 < 0.2$, m_0 quanh 6.38, 9.76, 13.01,... làm J_3/J_2 tiến tới 0, lỗi dịch bậc trong (6) cho thấy rõ ràng nhất. Cách tính cũ trong (6) tìm Φ_e và dịch chuyển ΔL của gương MM trong giao thoa kế homodyne với điều biến tần số là không chính xác. Ngược lại với $m_0 = 3.7689$, 5.1356, 7.4146, ... thì $J_3/J_2 = 1$ và lỗi dịch bậc của trong (6) rất bé, gần bằng 0. Sai lệch gần pha giữa Φ_0 và Φ_e và giữa Φ_0 và Φ_c tương đương với nhau. Cách tính cũ trong (6) là chính xác. Do vậy, cách tính từ phương trình (6) bị hạn chế độ chính xác theo m , điều này làm giảm khả năng mở rộng các phép đo khoảng cách tùy biến. Các nghiên cứu trước [4-6] chỉ tính Φ_e với $J_3/J_2 \approx 1$, khi đó Φ_e tiến tới Φ_0 và công thức (6) đúng nên không có lỗi dịch bậc này.

4. KẾT LUẬN

Bài báo này chứng minh lỗi dịch bậc trong kỹ thuật xác định pha bằng thuật toán LIA trên hệ giao thoa homodyne có điều biến tần số. Lỗi xuất phát từ việc sử dụng hàm $\tan^{-1}$ giữa cặp tín hiệu hài bậc chẵn và lẻ, với giả định tỉ số các hàm Bessel không đổi. Tuy nhiên, khi chỉ số điều biến m thay đổi theo dịch chuyển gương, tỉ số này cũng thay đổi, gây sai lệch pha. Để khắc phục, bài báo đề xuất một phương pháp hiệu chỉnh pha mới, cho phép tính pha chính xác với mọi giá trị m , từ đó giúp hệ đo linh hoạt trong đo khoảng cách tùy biến mà không bị giới hạn bởi m . Phương pháp này mở rộng ứng dụng đo lường chính xác với độ phân giải dưới 1 nm và sẽ tiếp tục được nghiên cứu trong các hệ đo quang tương lai.

Kinh phí (Funding):

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Đại học Bách khoa Hà Nội (HUST) dưới đề tài mã số T2024-PC-029. ❖

Ngày nhận bài: 08/4/2025

Ngày phản biện: 23/4/2025

Tài liệu tham khảo:

- [1]. S.-C. Huang, Y.-F. Huang, and F.-H. Hwang (2013), “An improved sensitivity normalization technique of PGC demodulation with low minimum phase detection sensitivity using laser modulation to generate carrier signal”. *Sensor Actuat A*. 191, 1-10.
- [2]. Vu, T.-T., Maeda, Y., & Aketagawa, M. (2016), “Sinusoidal frequency modulation on laser diode for frequency stabilization and displacement measurement”. *Measurement*, 94, 927-933.
- [3]. T. Suzuki, K. Kobayashi, and O. Sasaki (2000), “Real-time displacement measurement with a two-wavelength sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer”. *Appl. Opt.* 39(16), 2646-2652.
- [4]. T. Suzuki, T. Okada, O. Sasaki, and T. Maruyama (1997), “Real-time vibration measurement using a feedback type of laser diode interferometer with an optical fiber”. *Opt. Eng.* 36(9), 2496-2502.
- [5]. Hoang, A. T., Vu, T. T., Pham, D. Q., Vu, T. T., Nguyen, T. D., & Tran, V. H. (2023), “High precision displacement measuring interferometer based on the active modulation index control method”. *Measurement*, 214(15), 1-6.
- [6]. Guo, D., Wang, M. (2007), “Self-mixing interferometry based on a double-modulation technique for absolute distance measurement”. *Applied Optics*, 46(9).