

XÂY DỰNG VÀ GIẢI BÀI TOÁN THUẬT PHÓNG ĐỐI VỚI SÚNG CỎI CỖ NÒNG 100MM

FORMULATION AND SOLUTION OF THE BALLISTICS PROBLEM FOR A 100MM MORTAR

Chu Hải Long¹, Nguyễn Văn Ngôn¹, Phạm Thành Đồng^{2,*}

¹Viện Công nghệ, Tổng cục Công nghiệp quốc phòng

²Khoa Hàng không Vũ trụ, Học viện Kỹ thuật quân sự

*Email: pham.thanh-dong@lqdtu.edu.vn

TÓM TẮT

Bài báo này trình bày quá trình xây dựng mô hình toán học và giải bài toán thuật phóng cơ bản cho súng cối cỡ nòng 100mm cho các chiều dài súng cối lần lượt là 1.45m (bản thường) và 1.8m (bản cải tiến). Mục tiêu là xác định các thông số động lực học chính bên trong nòng súng, bao gồm áp suất khí thuốc cực đại và vận tốc đầu nòng của đạn, làm cơ sở để giải các bài toán thuật phóng ngoài, xác định các tham số quỹ đạo của quả đạn cối về tầm, độ cao và thời gian bay. Mô hình toán học được xây dựng dựa trên các phương trình cơ bản của thuật phóng, như phương trình trạng thái khí thuốc, phương trình định luật cháy của thuốc phóng, phương trình chuyển động của đạn trong và ngoài nòng, phương trình bảo toàn năng lượng. Hệ phương trình vi phân mô tả các quá trình thuật phóng (trong và ngoài) được giải bằng phương pháp số với các thông số đầu vào cụ thể của hệ súng cối cỡ nòng 100mm. Kết quả nghiên cứu cung cấp đường cong áp suất, vận tốc theo quãng đường chuyển động của đạn và các giá trị then chốt, đồng thời xác định được các tham số quỹ đạo chuyển động của quả đạn cối. Độ tin cậy của kết quả tính toán được khẳng định qua việc so sánh với số liệu từ bảng bắn loại súng cối cỡ nòng 100mm từ nhà sản xuất. Những kết quả này là cơ sở quan trọng để đánh giá hiệu suất, đảm bảo an toàn và cải tiến tối ưu hóa thiết kế của hệ thống súng cối 100mm.

Từ khóa: Thuật phóng; Súng cối 100mm; Mô hình toán học; Áp suất cực đại; Vận tốc đầu nòng; Phương pháp số.

ABSTRACT

This paper presents the development of a mathematical model and the solution of the fundamental ballistics problem for a 100mm mortar, considering two respective barrel lengths: 1.45m (standard version) and 1.8m (improved version). The objective is to determine key interior ballistic parameters, including maximum propellant gas pressure and projectile muzzle velocity. These results serve as the foundation for solving exterior ballistics problems to determine the mortar shell's trajectory parameters, such as range, altitude, and time of flight. The mathematical model is established based on the fundamental equations of ballistics, including the propellant gas equation of state, the propellant combustion law, the equations of projectile motion (both

interior and exterior), and the energy conservation equation. The system of differential equations describing these ballistic processes (interior and exterior) is solved using numerical methods, utilizing specific input parameters for the 100mm mortar system. The study's results yield pressure and velocity curves as a function of projectile travel distance, identify critical operational values, and determine the trajectory parameters of the mortar shell. The reliability of the computational results is validated by comparison with data from the manufacturer's firing tables for the 100mm mortar. These findings provide an essential basis for performance evaluation, safety assurance, and the design improvement and optimization of the 100mm mortar system.

Keywords: Ballistics; 100mm Mortar; Mathematical Model; Maximum Pressure; Muzzle Velocity; Numerical Method.

1. GIỚI THIỆU

Súng cối là loại hỏa lực pháo binh quan trọng, có vai trò lớn trong chiến đấu hiện đại nhờ khả năng bắn cầu vồng, cơ động và uy lực sát thương. Trong đó, súng cối tự hành là các hệ thống pháo binh được trang bị hệ thống động cơ đẩy riêng, cho phép chúng di chuyển độc lập đến vị trí bắn đang là xu hướng phát triển hiện đại hóa quân đội của nhiều quốc gia trên thế giới. Đưa súng cối lên xe cơ giới, nghiên cứu nâng tầm súng cối, tự động hóa, tích hợp công nghệ tiên tiến và tăng cường khả năng cơ động để đáp ứng các yêu cầu của chiến tranh hiện đại đang là một số bài toán khó trong nhiệm vụ phát triển hệ súng cối tự hành [5]. Việc cải tiến nâng cấp loại súng cối 100mm bằng phương pháp tăng chiều dài nòng (từ 1.45m lên 1.8m) là một cấu hình vũ khí cụ thể đòi hỏi sự hiểu biết sâu sắc về các quá trình diễn ra bên trong nòng súng khi bắn.

Bài toán thuật phóng nghiên cứu các hiện tượng xảy ra từ khi hạt lửa mồi bắt đầu đốt cháy liều phóng cho đến khi đạn ra khỏi miệng nòng. Việc giải bài toán này cho phép dự đoán chính xác các thông số động lực học quan trọng như áp suất và vận tốc. Áp suất khí thuốc cực đại ($p_{\max}$) liên quan trực tiếp đến độ bền và an toàn của nòng súng, trong khi vận tốc đầu nòng

(v_{ra}) là yếu tố quyết định tầm bắn và độ chính xác [1, 2].

Trong bài báo này, nhóm tác giả tập trung xây dựng một mô hình toán học mô tả đầy đủ quá trình thuật phóng trong và ngoài cho súng cối cỡ nòng 100mm, với các chiều dài nòng từ 1.45m đến 1.8m. Mô hình toán được giải bằng phương pháp số để thu được các đặc tuyến $p(l)$, $v(l)$, $p(t)$, $v(t)$, xác định được các giá trị $p_{\max}$ và v_{ra} và phân tích ảnh hưởng của một số yếu tố ban đầu. Đồng thời, nhóm cũng tính toán các tham số quỹ đạo chuyển động của quả đạn cối, làm cơ sở để đánh giá hiệu quả của phương án cải tiến kéo dài nòng súng cối. Nghiên cứu này đóng góp cơ sở lý thuyết cho việc thiết kế, cải tiến và đánh giá tính năng kỹ - chiến thuật của loại súng cối tự hành cỡ nòng 100mm.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT VÀ XÂY DỰNG MÔ HÌNH

2.1. Các phương trình cơ bản của bài toán thuật phóng

Bài toán thuật phóng được mô tả bằng một hệ các phương trình vi phân phi tuyến dựa trên các định luật vật lý cơ bản [1, 2, 6]. Các giả thiết chính thường được áp dụng bao gồm:



- Quá trình cháy của thuốc phóng diễn ra theo các lớp song song.

- Khí thuốc tuân theo phương trình trạng thái Noble-Abel.

- Quá trình là đoạn nhiệt (bỏ qua mất mát nhiệt qua thành nòng) hoặc có tính đến mất mát nhiệt theo một hệ số nhất định.

- Áp suất khí tại mọi điểm trong không gian phía sau đạn là đồng nhất tại mỗi thời điểm t.

Các phương trình cơ bản của thuật phóng trong bao gồm:

- Phương trình hình học và động học cháy của thuốc phóng: Mô tả sự thay đổi của phần liều phóng đã cháy (ψ) theo thời gian, phụ thuộc vào hình dạng hạt thuốc. Đối với thuốc phóng dạng ống, ta có:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{2}{el} (1 - \psi)^{1/2} u(p) \quad (1)$$

Trong đó, $u(p)$ là tốc độ cháy của thuốc phóng.

- Phương trình định luật cháy (Định luật Piobert): Mô tả quan hệ giữa tốc độ cháy u và áp suất p :

$$u(p) = B \cdot p^n \quad (2)$$

Với, B và n là các hằng số thực nghiệm của thuốc phóng.

- Phương trình chuyển động của đạn (Định luật II Newton): Mô tả gia tốc của đạn (a) dưới tác dụng của lực đẩy khí thuốc ($S \cdot p$) và các lực cản (ma sát,...).

$$\phi_1 m_d \frac{dv}{dt} = S \cdot p - F_{can} \quad (3)$$

$$\frac{dl}{dt} = v \quad (4)$$

Trong đó:

m_d : Khối lượng đạn.

ϕ_1 : Hệ số kể đến khối lượng các bộ phận chuyển động tịnh tiến cùng đạn và ảnh hưởng của khí thuốc (thường $\phi_1 \approx 1.05-1.15$).

S : Tiết diện ngang của nòng súng ($S = \pi D^2 / 4$).

p : Áp suất khí thuốc tức thời.

v : Vận tốc tức thời của đạn, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

l : Quãng đường đạn đi được.

- Phương trình trạng thái khí thuốc (Noble-Abel): Liên hệ giữa áp suất, thể tích và nhiệt độ của khí thuốc:

$$p[W_0 + S \cdot l - \omega / \delta - \alpha \omega \psi] = R_k \omega f_k \psi \quad (5)$$

Trong đó:

W_0 : Thể tích buồng đốt ban đầu.

ω : Khối lượng liều phóng.

δ : Tỷ trọng thuốc phóng.

α : Covolume (thể tích riêng) của khí thuốc.

$f(R_k f_k)$: Lực của thuốc phóng.

- Phương trình bảo toàn năng lượng: Mô tả sự phân bố năng lượng từ quá trình cháy thuốc phóng thành nội năng của khí, động năng của đạn và các dạng mất mát.

$$Q_\psi = E_k + A_d + \Delta Q \quad (6)$$

$$\omega f \psi = \frac{p[W(l) - \alpha \omega \psi]}{k - 1} + \frac{\phi_1 m_d v^2}{2} + \Delta Q_{mm} \quad (7)$$

(Trong đó, k là chỉ số đoạn nhiệt của khí thuốc).

Đối với thuật phóng ngoài (Quỹ đạo chuyển động), các phương trình cơ bản như sau:

- Trọng lực (F_g): Hướng thẳng đứng xuống dưới.

$$F_g = m_d \cdot g \quad (8)$$

- Lực cản không khí (F_d): Hướng ngược chiều với vector vận tốc tức thời v :

$$F_d = \frac{1}{2} \rho v^2 S_d C_d \quad (9)$$

Trong đó: S_d - Tiết diện ngang của đạn; ρ - Mật độ không khí; C_d - Hệ số cản khí động học của đạn.

2.2. Xây dựng hệ phương trình vi phân của mô hình

Từ các phương trình cơ bản trên, ta có thể xây dựng một hệ phương trình vi phân mô tả bài toán thuật phóng trong theo biến độc lập là quãng đường l và thời gian t . Hệ phương trình vi phân có dạng:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dl} = \frac{a}{v} = \frac{S \cdot p}{\phi_1 m_d v} \\ \frac{dp}{dl} = \Phi(l, v, p, \psi) \\ \frac{d\psi}{dl} = \Psi(l, v, p, \psi) \end{cases} \quad (10)$$

Chi tiết việc rút ra các hàm Φ và Ψ từ các phương trình cơ bản từ (1 ÷ 7) là phần cốt lõi của việc xây dựng bài toán.

Đối với bài toán thuật phóng ngoài, ta có hệ phương trình vi phân (11) xây dựng trên cơ sở áp dụng Định luật II Newton:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dy}{dt} = v_y \\ \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\rho S C_d}{2m} v \cdot v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{\rho S C_d}{2m} v \cdot v_y \end{cases} \quad (11)$$

3. DỮ LIỆU ĐẦU VÀO VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

3.1. Các thông số đầu vào

Để giải bài toán, cần xác định các thông số ban đầu của hệ thống súng cối 100mm [3, 4]:

Bảng 1. Thông số súng và đạn

TT	Thông số	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
1	Cỡ nòng	D	0.1	m
2	Chiều dài nòng	$L_{\text{nòng}}$	1.45 và 1.8	m
3	Thể tích buồng đốt ban đầu	W_0	0.00195	m^3
4	Khối lượng đạn	m_d	8.0	kg
5	Hệ số khối lượng ảo	ϕ_1	1.05	
6	Áp suất khởi động	p_k	9.0	Pa



Bảng 2. Thông số thuốc phóng

TT	Thông số	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
1	Loại thuốc phóng		TP Cầu	
2	Khối lượng liều	ω	0.205	kg
3	Lực thuốc phóng	f	10^6	J/kg
4	Covolume	α	0.00101	m^3/kg
5	Tỷ trọng thuốc	δ	1590	kg/m^3
6	Hệ số định luật cháy	B	1.2×10^{-8}	$(\text{m/s})/\text{p.a}^n$
7	Lũy thừa định luật cháy	n	0.99	
8	Kích thước hạt thuốc	e_1	0.0002	m

3.2. Phương pháp giải số

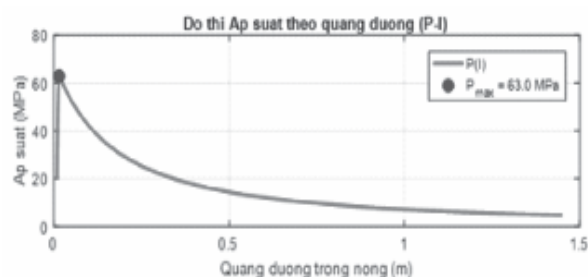
Hệ phương trình vi phân phi tuyến xây dựng ở Mục 2.2 không thể giải tích chính xác. Do đó, nhóm tác giả sử dụng phương pháp số để giải. Phương pháp được lựa chọn là Runge-Kutta bậc 4 (RK4), đây là phương pháp phổ biến và cho độ chính xác cao trong các bài toán động lực học. Quá trình giải bắt đầu tại điều kiện ban đầu ($l = l_0$, $v = v_0$, $p = p_0$ hoặc p_k) và lặp lại với bước nhảy Δl cho đến khi đạn đi hết chiều dài nòng $l = L_{\text{nong}}$. Tương tự đối với việc giải hệ phương trình thuật phóng ngoài. Các thuật toán giải số các hệ phương trình vi phân nêu trên được lập trình bằng phần mềm MATLAB.

4. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Sau khi chạy mô phỏng số với các dữ liệu đầu vào tại Mục 3.1, với phương án 1, chiều dài nòng súng cối $L = 1.45\text{m}$ (loại chưa cải tiến), nhóm tác giả thu được các kết quả sau:

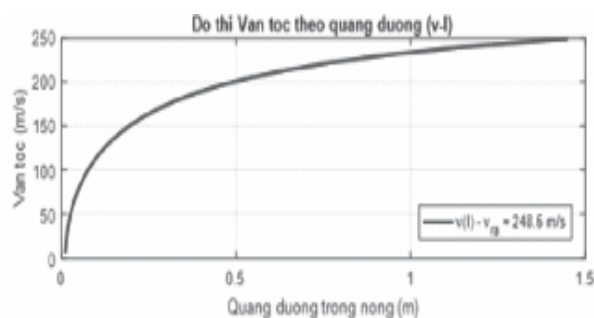
4.1. Các đặc tuyến thuật phóng trong

Kết quả mô phỏng được biểu diễn qua các đồ thị quan trọng:



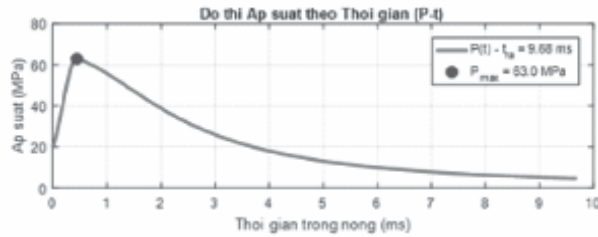
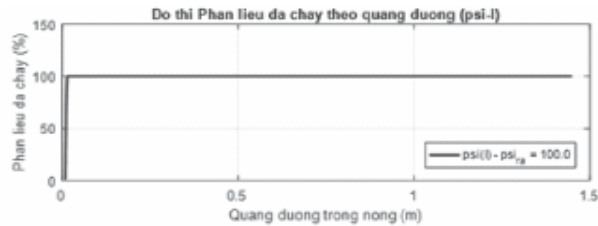
Hình 1. Đồ thị quan hệ Áp suất - Quãng đường $p(l)$

Trục hoành là quãng đường $l(\text{m})$, trục tung là áp suất p (Pa hoặc MPa). Đồ thị Hình 1, 3 cho thấy áp suất tăng nhanh, đạt cực đại p_{max} rồi giảm dần khi thể tích tăng.



Hình 2. Đồ thị quan hệ Vận tốc - Quãng đường $v(l)$

Trục hoành là $l(\text{m})$, trục tung là v (m/s). Đồ thị Hình 2 cho thấy vận tốc tăng liên tục, tốc độ tăng nhanh nhất ở vùng áp suất cao và chậm dần về cuối nòng.


 Hình 3. Đồ thị quan hệ Áp suất - Thời gian $p(t)$

 Hình 4. Đồ thị quan hệ Phần liều đã cháy - Quãng đường $\psi(l)$

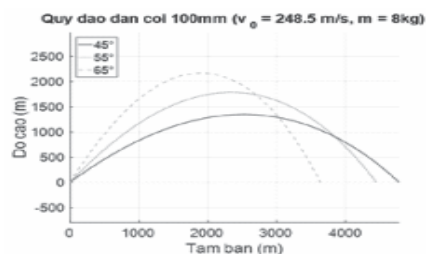
Hình 4 cho thấy thuốc phóng đã cháy hết trong nòng từ khá sớm, ở khoảng cách 0.016m tính từ đáy nòng. Từ kết quả mô phỏng, các thông số thuật phóng then chốt được xác định:

Bảng 3. Kết quả tính toán thuật phóng trong

TT	Thông số	Ký hiệu	Giá trị tính toán	Đơn vị
1	Áp suất cực đại	$p_{\max}$	63.03	MPa
2	Quãng đường đạt $p_{\max}$	$l_{p\max}$	0.016	m
3	Vận tốc đầu nòng	v_{ra}	248.5	m/s
4	Thời gian đạn trong nòng	t_{ra}	9.68	ms
5	Phần liều cháy tại miệng nòng	ψ_{ra}	100	%

4.2. Tính toán các tham số thuật phóng ngoài

Trên cơ sở các tham số xác định được từ bài toán thuật phóng trong (Bảng 3), nhóm tác giả xác định được quỹ đạo chuyển động của quả đạn cối khi ra khỏi nòng ở các góc bắn (45, 55, 65) như sau:



Hình 5. Quỹ đạo chuyển động của đầu đạn ở các góc bắn khác nhau



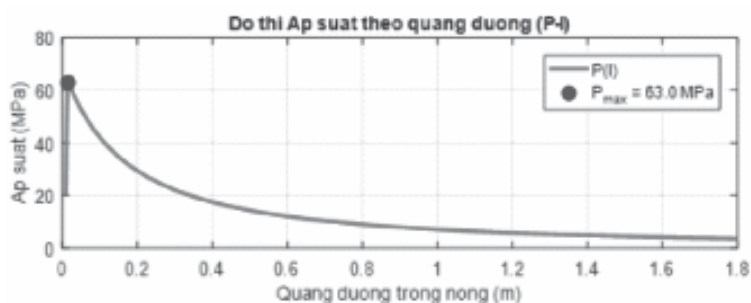
Từ kết quả mô phỏng, các thông số thuật phóng ngoài và số liệu bảng bắn tương ứng được thể hiện trong bảng 4:

Bảng 4. Kết quả tính toán thuật phóng ngoài và bảng bắn tương ứng

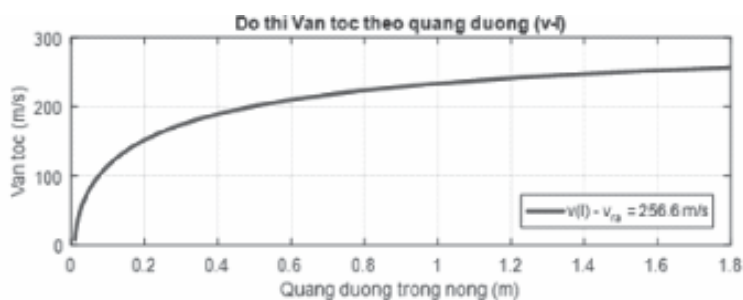
TT	Thông số	Góc bắn 45 độ			Góc bắn 55 độ			Góc bắn 65 độ		
		Tính toán	Bảng bắn	Sai lệch, %	Tính toán	Bảng bắn	Sai lệch, %	Tính toán	Bảng bắn	Sai lệch, %
1	Tầm bắn, m	4772.3	4751	0.45	4442.5	4400	0.96	3631.5	3600	0.88
2	Độ cao, m	1346.1	1343	0.23	1782.7	1792	0.52	2168.4	2165	0.16
3	Thời gian bay, s	33.1	33.05	0.15	38.11	38.19	0.21	42.04	42.00	0.1

Trên cơ sở tính toán thuật phóng trong và thuật phóng ngoài đối với loại súng cối cỡ nòng 100mm thông thường (chiều dài nòng $L = 1.45\text{m}$), các kết quả tính toán cho thấy có sự tương đồng khá cao so với các số liệu từ bảng bắn, sự sai lệch về giá trị không quá 1%. Điều này chứng minh rằng mô hình toán thuật phóng trong và thuật phóng ngoài của loại súng cối cỡ nòng 100mm mà nhóm tác giả xây dựng có độ chính xác cao. Có thể sử dụng để nghiên cứu tính toán cho các bài toán cải tiến, cải hoán loại súng cối cỡ nòng nêu trên.

4.3. Tính toán các tham số thuật phóng với loại súng cối cải tiến $L = 1.8\text{m}$



Hình 6. Đồ thị quan hệ Áp suất - Quãng đường $p(l)$



Hình 7. Đồ thị quan hệ Vận tốc - Quãng đường $v(l)$

Về cơ bản, các tham số thuật phóng trong ở trường hợp $L = 1.8\text{m}$ so với phương án $L = 1.45\text{m}$ chỉ khác về tốc độ đạn tại cửa nòng (tăng lên $\sim 10\text{ m/s}$), còn các tham số khác vẫn giữ nguyên. Khi đó, quỹ đạo chuyển động của đạn cối ở trường hợp $L = 1.8\text{m}$ được thể hiện trong bảng 5 dưới đây:

Bảng 5. Các tham số quỹ đạo chuyển động của đạn cối ở trường hợp $L = 1.8\text{m}$

TT	Góc bắn, độ	Tầm bắn, m			Độ cao, m			Thời gian bay, s		
		L=1.45m	L=1.8m	Tăng, %	L=1.45m	L=1.8m	Tăng, %	L=1.45m	L=1.8m	Tăng, %
1	45	4772.3	4981.6	4.38	1346.1	1410.1	4.75	33.1	33.884	2.37
2	55	4442.5	4636.9	4.37	1782.7	1869.3	4.86	38.11	39.012	2.37
3	65	3631.5	3791.3	4.4	2168.4	2271	4.73	42.04	43.036	2.37

Từ kết quả tính toán trong bảng 5 cho thấy, việc tăng chiều dài nòng súng có làm cho tốc độ chuyển động tại cửa ra nòng súng tăng, từ đó làm tăng tầm bắn của súng cối. Tuy nhiên, lượng tăng tầm là không nhiều, chưa đến 5%. Chính vì thuốc đã cháy hết khá sớm (tại quãng đường 0.016m) (Hình 4), quá trình đạn đi trong phần lớn chiều dài nòng (cả 1.45m và 1.8m) chủ yếu là do sự giãn nở của khí thuốc. Do đó, việc kéo dài nòng thêm 0.35m không tạo thêm năng lượng mới, dẫn đến hiệu quả tăng vận tốc và tầm bắn là không nhiều.

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày chi tiết quá trình xây dựng mô hình toán học và giải bài toán thuật phóng trong và ngoài cho súng cối 100mm, chiều dài nòng 1.45m (loại thường) và 1.8m (loại cải tiến) bằng phương pháp số

Runge-Kutta bậc 4. Các kết quả chính thu được bao gồm:

Mô hình toán hoàn chỉnh mô tả động lực học quá trình bắn và chuyển động của đạn cối trong và ngoài nòng.

Các đặc tuyến $p(l)$, $v(l)$ đã được mô phỏng, cho thấy diễn biến của áp suất và vận tốc trong toàn bộ quá trình đạn chuyển động trong nòng. Các thông số kỹ thuật quan trọng đã được xác định (Áp suất cực đại $p_{\max}$ và vận tốc đầu nòng v_{ra}).

Các kết quả tính toán thuật phóng ngoài cho thấy việc kéo dài nòng súng cối như phương án hiện tại (từ 1.45m lên 1.8m) có làm tăng tầm bắn của súng cối, tuy nhiên lượng tăng là không nhiều (dưới 5%).



Kết quả của mô hình này cung cấp một công cụ lý thuyết hữu ích, cho phép dự đoán hiệu suất và kiểm tra độ an toàn của hệ vũ khí trước khi tiến hành thử nghiệm thực tế tốn kém. Mô hình cũng có thể được mở rộng để nghiên cứu các bài toán tối ưu hóa liều phóng hoặc ảnh hưởng của các yếu tố như nhiệt độ thuốc phóng, độ mòn nòng. ❖

Ngày nhận bài: **10/11/2025**

Ngày phản biện: **17/11/2025**

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Nguyễn Ngọc Du, Đỗ Văn Thọ, “*Thuật phóng trong của súng pháo*”. Trường Đại học Kỹ thuật quân sự, 1976.
- [2]. Trần Đăng Điện, Nguyễn Quang Lượng, Trần Văn Doanh, “*Bài tập thuật phóng trong*”. Học viện Kỹ thuật quân sự, 2006.
- [3]. Ngô Văn Giao, “*Tính chất thuốc phóng và nhiên liệu tên lửa*”. NXB. Quân đội nhân dân, Hà Nội, 2005.
- [4]. Nguyễn Quang Lượng, Nguyễn Hải Minh, “*Bảng tính Thuật phóng trong*”. Học viện Kỹ thuật quân sự, 2004.
- [5]. Nguyễn Quang Lượng, Trần Quốc Trình, “*Số liệu vũ khí - đạn*”. Học Viện Kỹ thuật quân sự, 2009.
- [6]. Nguyễn Quang Lượng, Nguyễn Thanh Điền, “*Thuật phóng trong thời kỳ tổng đạn*”. NXB. Quân đội nhân dân, Hà Nội, 2015.