

NGHIÊN CỨU ĐẶC TÍNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA ĐẠN PHI TIÊU APS CHUYỂN ĐỘNG DƯỚI NƯỚC BẰNG CÔNG CỤ MÔ PHỎNG SỐ

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE HYDRODYNAMIC OF APS DART PROJECTILES IN WATER USING CFD

Hoàng Trung Quốc¹, Nguyễn Đức Mạnh¹, Nguyễn Khắc Huỳnh², Vũ Mạnh Hiếu¹,
Hà Trường Sang^{1,*}

¹Học viện Kỹ thuật quân sự

²Viện Kỹ thuật Phòng không - Không quân, Bộ Quốc Phòng

*Email: sanght.st@lqdtu.edu.vn

TÓM TẮT

Bài báo này tập trung nghiên cứu đặc tính động lực học của đạn phi tiêu từ súng trường bắn dưới nước (APS) khi chuyển động trong môi trường nước với vận tốc cao bằng công cụ mô phỏng số CFD. Do tính đối xứng trục của bài toán, mô hình 2D trục đối xứng được xây dựng từ kích thước thực tế của đạn và rời rạc bằng lưới phi cấu trúc trong ICEM-CFD để tối ưu chi phí tính toán. Phương trình Navier-Stokes được giải bằng phương pháp thể tích hữu hạn trong ANSYS Fluent, kết hợp mô hình dòng rối k- ϵ và mô hình xâm thực Singhal nhằm mô tả quá trình hình thành khoang hơi. Nghiên cứu khảo sát ảnh hưởng của hình dạng đầu đạn và vận tốc ban đầu đến sự phát triển của khoang xâm thực và lực cản thủy động. Các thông số thủy động lực học và lực cản lên đạn được nghiên cứu, qua đó có thể dự đoán quỹ đạo chuyển động của đạn. Kết quả mô phỏng chỉ ra khả năng của phương pháp đề xuất trong việc mô tả chính xác sự thay đổi trường dòng chảy và hiện tượng siêu xâm thực quanh đạn, cung cấp cơ sở khoa học hữu ích cho công tác thiết kế, cải tiến đạn phi tiêu dưới nước trong lĩnh vực quân sự và công nghệ biển.

Từ khóa: Đạn phi tiêu APS; Xâm thực; Vật thể chuyển động dưới nước; Mô phỏng CFD; Phương pháp thể tích hữu hạn; Mô hình đa pha.

ABSTRACT

This paper investigates the hydrodynamic behaviour of APS dart projectiles fired underwater at high speed using computational fluid dynamics (CFD). Exploiting geometric axial symmetry, a two-dimensional axisymmetric model was created from the projectile's actual dimensions and discretized with an unstructured mesh in ICEM-CFD to reduce computational cost. The incompressible Navier-Stokes equations were solved using the finite volume method in ANSYS Fluent, with the standard k- ϵ turbulence model and the Singhal cavitation model to capture vapor-cavity formation. We examine the influence of nose geometry and initial velocity on cavity development and hydrodynamic drag. Key hydrodynamic quantities and drag forces were quantified to enable trajectory prediction. The results demonstrate that the proposed approach can accurately describe flow-field variations and supercavitation phenomena around the projectile, providing a sound basis for the design and optimization of underwater dart projectiles in military and marine engineering applications.

Keywords: APS dart projectile; Cavitation; Underwater moving objects; CFD simulation; Finite volume method; Multiphase models.

1. GIỚI THIỆU

Trong nhiều ứng dụng quân sự và kỹ thuật biển, việc nghiên cứu đặc tính thủy động học của vật thể chuyển động trong nước với vận tốc cao đóng vai trò then chốt, đặc biệt đối với các khí tài như ngư lôi, đạn phi tiêu, phương tiện lặn không người lái. So với chuyển động trong không khí, môi trường nước có mật độ và độ nhớt lớn hơn nhiều, khiến lực cản thủy động tác dụng lên vật thể tăng mạnh, từ đó làm hạn chế phạm vi hoạt động và hiệu quả tác chiến.

Một hiện tượng đặc biệt thường xuất hiện khi vận tốc tăng cao là xâm thực. Đây là quá trình hình thành các bọt hơi do áp suất cục bộ của chất lỏng giảm xuống thấp hơn áp suất hơi bão hòa. Khi xảy ra trên bề mặt vật thể chuyển động nhanh, khoang xâm thực có thể mở rộng và bao phủ phần lớn hoặc toàn bộ chiều dài vật thể, dẫn đến hiện tượng siêu xâm thực. Trong trạng thái này, lực cản tác dụng giảm đi đáng kể nhờ việc vật thể di chuyển chủ yếu trong môi trường khí thay vì nước [1-3].

Các công trình lý thuyết nền tảng của Garabedian, Tulin và Logvinovich từ giữa thế kỷ 20 đã mô tả sự phát triển của siêu khoang trong điều kiện lý tưởng [1-3]. Tuy vậy, những mô hình này còn hạn chế khi áp dụng cho các vật thể thực tế có biên dạng phức tạp. Gần đây, cùng với sự phát triển mạnh mẽ của tính toán hiệu năng cao (HPC) và các phần mềm mô phỏng số, các phương pháp CFD (Computational Fluid Dynamics) đã trở thành công cụ hiệu quả để nghiên cứu quá trình xâm thực trong điều kiện hình học và biên phức tạp [4-6]. Các mô hình này cho phép khảo sát chi tiết sự hình thành, phát triển và biến dạng của khoang xâm thực, đồng thời xét đến các yếu tố quan trọng như dòng rối, chuyển pha và hiệu ứng hình học.

Trong số các mô hình xâm thực, mô hình Singhal và Zwart-Gerber-Belamri thường được áp dụng rộng rãi do khả năng mô tả tốt cơ chế hóa hơi – ngưng tụ dựa trên chênh áp suất. Về dòng rối, mô hình k- ϵ và k- ω được lựa chọn nhờ tính ổn định và khả năng cho kết quả tin cậy trong các bài toán xâm thực quy mô lớn [7]. Ngoài ra, một số nghiên cứu gần đây cũng đã khai thác các mô hình dòng rối tiên tiến hơn như SST k- ω hoặc LES, nhằm mô tả chính xác hơn cấu trúc xoáy trong điều kiện phi tuyến mạnh [8].

Nghiên cứu này sẽ tập trung vào việc mô phỏng quá trình xâm thực quanh đạn phi tiêu APS chuyển động trong nước với vận tốc cao. Mô hình đối xứng trục được xây dựng từ hình học thực tế của đầu đạn, lưới tính toán được tạo bằng công cụ ICEM-CFD, và mô phỏng tiến hành trong ANSYS Fluent dựa trên phương pháp thể tích hữu hạn. Các khảo sát sẽ phân tích ảnh hưởng của vận tốc và hình dạng đầu đạn đến sự phát triển của khoang xâm thực cũng như lực cản thủy động, từ đó góp phần cung cấp cơ sở khoa học cho việc thiết kế và tối ưu các loại đạn phi tiêu dưới nước.

2. PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG SỐ

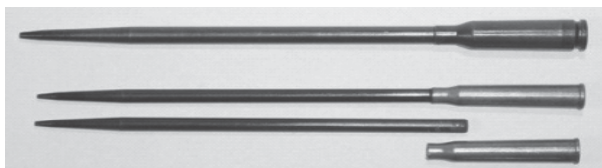
2.1. Mô tả vấn đề

Nghiên cứu tập trung vào phân tích đặc tính thủy động học của một đầu đạn thực tế chuyển động trong nước ở vận tốc cao. Do đối xứng trục của hình học đầu đạn, bài toán được giảm thành mô hình 2D trục đối xứng nhằm tiết kiệm chi phí tính toán trong khi vẫn bảo toàn các đặc trưng dòng chảy quan trọng. Miền tính toán được xác định đủ lớn để bao phủ toàn bộ vùng hình thành và phát triển khoang xâm thực ở vùng sau đầu đạn; kích thước điển hình sử dụng trong bài là $L \times R = 425 \text{ mm} \times 100$ 

mm (hình 1 mô tả kích thước đầu đạn và vị trí tương đối trong miền). Lưới phi cấu trúc được tạo bằng ICEM-CFD và được kiểm soát để đảm bảo độ mịn tại các vùng biên cầu và quanh cổ đầu đạn, nơi tồn tại gradient vận tốc lớn.

Các điều kiện biên áp dụng trong mô phỏng gồm: inlet với vận tốc đồng nhất, outlet đặt ở áp suất môi trường (ambient pressure), và bề mặt vỏ đạn được thiết lập no-slip. Đối với các biên bên (far-field), khoảng cách được chọn đủ xa để giảm thiểu ảnh hưởng tới trường trong gần đầu đạn.

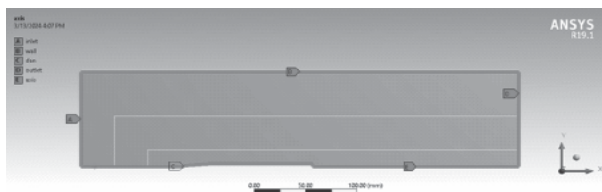
Mô phỏng sử dụng mô hình đa pha (liquid + vapor) để bắt được sự hình thành và tiến triển của khoang hơi do xâm thực. Cụ thể, bài toán giải hệ phương trình Navier-Stokes cho trường pha hỗn hợp, kết hợp mô hình mô tả chuyển pha (cavitation source terms) để xử lý quá trình hóa hơi – ngưng tụ, đồng thời áp dụng mô hình dòng rối phù hợp để mô tả tương tác giữa xoáy và khoang xâm thực.



(a) Đạn phi tiêu APS



(b) Mô hình 3D



(c) Vùng mô phỏng trên phần mềm ANSYS

Hình 1. Mô hình đạn và vùng tính toán mô phỏng số

2.2. Các phương trình mô tả

2.2.1. Phương trình chuyển động của chất lưu

Quá trình chuyển động của đạn có thể được phân chia ra thành ba giai đoạn: Giai đoạn đạn được gia tốc trong nòng phóng, giai đoạn đạn chuyển động trong tiếp xúc với môi trường bên ngoài và giai đoạn tiếp cận mục tiêu. Nội dung nghiên cứu này tập trung tính toán giai đoạn đạn chuyển động trong nước tức là bài toán thuật phóng ngoài.

Chuyển động của đạn trong nước sẽ chịu lực tác dụng của nước lên đạn F . Trong trường hợp tổng quát, F phụ thuộc vào vận tốc chuyển động của đạn, hình dạng vật thể cũng như tính chất vật lý của không khí. Thông thường, F được biểu diễn thông qua đại lượng không thứ nguyên là hệ số lực cản C_D :

$$F = C_D \frac{1}{2} \rho V^2 S \quad (1)$$

Trong đó, ρ là khối lượng riêng của không khí, S là diện tích tiết diện của đạn chiếu theo phương chuyển động. Theo phương pháp truyền thống, hệ số lực cản C_D được xem là hằng số đối với một vật thể có hình dạng cố định. Hệ số này được xác định bằng thực nghiệm và được sử dụng để tính toán lực cản theo các trường hợp khác nhau. Điều này làm giảm độ chính xác của phương pháp tính toán bởi vì thực tế hệ số lực cản này có thể phụ thuộc vào các yếu tố khác trong đó có vận tốc V . Điều này làm cho phương pháp truyền thống rất khó khăn trong việc tính được lực cản trong trường hợp này.

Để giải quyết vấn đề trên bằng phương pháp mô phỏng số, việc tính toán với độ chính xác cao hệ số lực cản C_D , hay lực cản F yêu cầu sử dụng công cụ tính toán CFD. Trong đó, lực

cần sẽ tính đến các yếu tố ảnh hưởng như chế độ chuyển động, đặc tính hình học cũng như môi trường làm việc. Phương pháp mô phỏng số để phân tích đặc tính khí động lực học này dựa trên việc giải số hệ phương trình Navier-Stokes sau [9, 10]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

Từ phân bố vận tốc và áp suất lên bề mặt đạn, lực cản và mô men cản của không khí tác dụng lên đầu đạn trong quá trình chuyển động sẽ được tính cụ thể.

2.2.2. Mô hình dòng rối k-ε

Việc giải phương trình Navier-Stokes (2) ở trên nhằm xác định các thông số lực của không khí tác dụng lên đầu đạn chuyển động là nội dung phức tạp và tốn thời gian nhất. Việc này càng đòi hỏi nhiều tài nguyên tính toán bằng máy tính đối với chuyển động vận tốc cao. Trong nghiên cứu đặc tính khí động dòng rối, phương pháp trung bình theo Reynolds (RANS) thường được sử dụng. Phương pháp này dựa trên trung bình hóa phương trình Navier-Stokes và bỏ qua ảnh hưởng của thời gian lên đặc tính của dòng chảy. Mặc dù RANS có giới hạn nhất định về kết quả nhưng chúng làm giảm thời gian tính toán đáng kể [11]. Mô hình k-ε tiêu chuẩn được sử dụng để đóng hệ phương trình RANS, với hai phương trình phụ:

Phương trình năng lượng động học dòng rối k:

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (3)$$

Phương trình tỉ lệ tiêu tán năng lượng

$$\frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

Trong đó: G_k là tỷ lệ sản sinh năng lượng dòng rối do gradient vận tốc; các hằng số mô hình được dùng theo giá trị tiêu chuẩn: $C_{1\varepsilon} = 1,44$; $C_{2\varepsilon} = 1,92$; $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$.

2.2.3. Mô hình xâm thực Singhal

Hiện tượng xâm thực được mô phỏng bằng mô hình Singhal, dựa trên phương trình chuyển pha giữa nước lỏng và hơi nước. Tỷ lệ hóa hơi và ngưng tụ được mô tả như sau:

Tốc độ hóa hơi (nếu $p < p_{\text{vapor}}$):

$$\dot{m}_{\text{evap}} = C_v \rho_l \frac{p_{\text{vap}} - p}{p_{\text{vap}}} \sqrt{\frac{2(p_{\text{vap}} - p)}{\rho_l}}$$

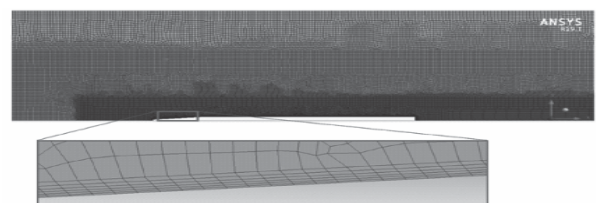
Tốc độ ngưng tụ (nếu $p > p_{\text{vapor}}$):

$$\dot{m}_{\text{cond}} = C_c \rho_v \frac{p - p_{\text{vap}}}{p} \sqrt{\frac{2(p - p_{\text{vap}})}{\rho_v}}$$

Trong đó: ρ_l , ρ_v là mật độ của nước và hơi; p_{vapor} là áp suất hơi bão hòa; C_v , C_c là các hệ số điều chỉnh (chọn theo đề xuất của Singhal: $C_v = 50$, $C_c = 0.01$).

2.3. Lưới tính toán

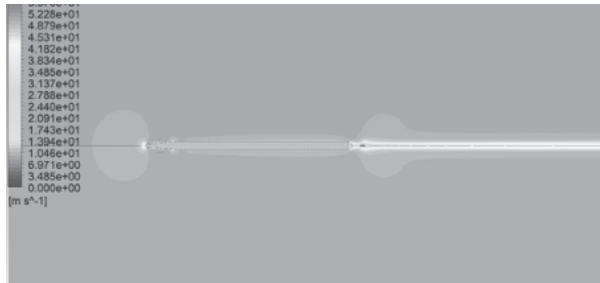
Hình 2 mô tả lưới tính toán của đạn chuyển động trong môi trường nước. Lưới được chia theo phi cấu trúc với mô hình lưới chữ nhật là chủ đạo, với độ mịn tại vùng đạn và thưa dần về phía xa. Quá trình kiểm tra độc lập lưới đã được thực hiện đảm bảo kết quả đạt độ chính xác cần thiết.



Hình 2. Lưới tính toán với 80,236 nút và 79,362 phần tử

3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

3.1. Đặc tính động lực học và hệ số lực cản C_d



Hình 3. Trường vận tốc tại trường hợp vận tốc đạn 50 m/s



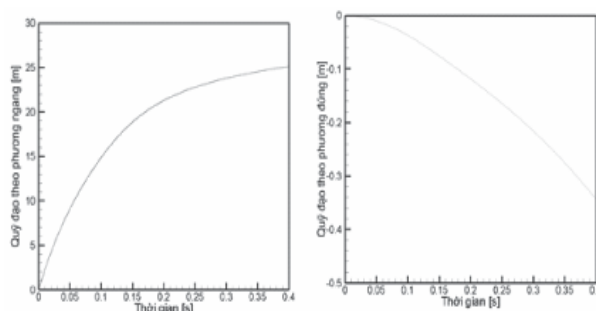
Hình 4. Trường áp suất tại trường hợp vận tốc đạn 50 m/s

Bảng 1. Hệ số lực cản phụ thuộc vào vận tốc

Vận tốc (m/s)	1	5	10	20	40
C_d	1.545	0.945	0.805	0.67	0.481
Vận tốc (m/s)	60	80	100	200	300
C_d	0.353	0.247	0.1289	0.1254	0.1251

Từ đặc tính C_d phụ thuộc vào vận tốc ở trên, sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu để đưa ra mối liên hệ của C_d theo vận tốc. Từ đó, ta có thể giải hệ phương trình chuyển động để tìm ra quỹ đạo của đạn. Với điều kiện ban đầu $V_0 = 245$ m/s thì kết quả quỹ đạo được thể hiện trên hình 5. Từ kết quả có thể nhận thấy đạn chuyển động khoảng 0.25s đầu có vận tốc lớn, sau đó giảm nhanh và gần như dừng lại sau 0.4s tương ứng với quãng đường theo phương ngang khoảng 25m và phương thẳng đứng khoảng 0.35m.

Sau khi đạt trạng thái ổn định, trường vận tốc và áp suất xung quanh đạn được tính toán. Hình 3 thể hiện trường vận tốc chất lỏng xung quanh đạn với trường hợp đạn có $v = 50$ m/s và áp suất tương ứng với vận tốc này thể hiện trên hình 4. Tại mũi đạn, vận tốc thấp nhất khi áp dụng điều kiện không trượt, đồng thời áp suất đạt giá trị cực đại. Đây cũng là nguyên nhân chính của lực cản lên đạn. Hệ số lực cản C_d được xác định từ kết quả mô phỏng với các vận tốc khác nhau. Bảng 1 trình bày giá trị C_d theo vận tốc. Nhận thấy rằng hệ số lực cản giảm khi vận tốc đạn tăng lên và đạt giá trị gần như không đổi khi vận tốc đạt trên 100 m/s. Điều này có thể giải thích bằng sự xuất hiện hiện tượng xâm thực (khoảng rỗng) được đề cập ở phần sau.



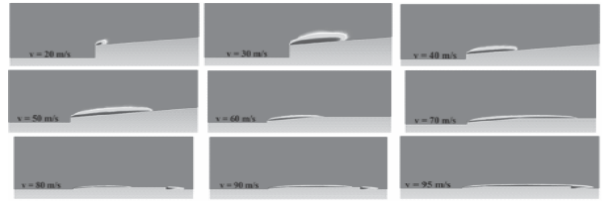
Hình 5. Quỹ đạo của đạn chuyển động theo thời gian với $V_0 = 245$ m/s

3.2. Hiện tượng xâm thực

Khi chuyển động với tốc độ cao dưới nước, do áp suất giảm dưới ngưỡng bão hòa nên hiện tượng xâm thực xảy ra. Để nghiên cứu trạng thái không ổn định của siêu khoang xâm thực, nghiên cứu tiến hành khảo sát sự chuyển động của nước với vận tốc từ 20m/s đến 90m/s. Quan sát thấy bọt khí bắt đầu xuất hiện ở mũi đạn. Khi tăng vận tốc nước, khoang khí biến dạng và di chuyển dọc đường biên đạn. Qua mô phỏng, ta kết luận khoang khí bắt đầu xuất hiện khi đạn chuyển động vận tốc 20m/s và trở thành siêu khoang khí bao quanh thân đạn ở vận tốc ~ 95m/s. Kết quả mô phỏng cho thấy khi vận tốc tăng, khoang xâm thực mở rộng và hình thành rõ rệt hơn. Ở vận tốc 50 m/s, khoang hẹp và chưa ổn định. Khi vận tốc đạt trên 95 m/s, siêu khoang bắt đầu hình thành, giúp giảm lực cản rõ rệt. Bảng 2 thể hiện kích thước khoang xâm thực theo các dải vận tốc khác nhau. Hình 5 thể hiện bọt khí xuất hiện tại một số trường hợp vận tốc nhất định.

Bảng 2. Tổng hợp tỉ lệ kích thước khoang theo vận tốc.

Vận tốc (m/s)	Bán kính khoang (mm)	Chiều dài khoang (mm)	Ghi chú
50	8	100	Khoang nhỏ, chưa ổn định
100	15	300	Khoang rõ, siêu khoang bắt đầu
150	20	500	Khoang lớn, ổn định

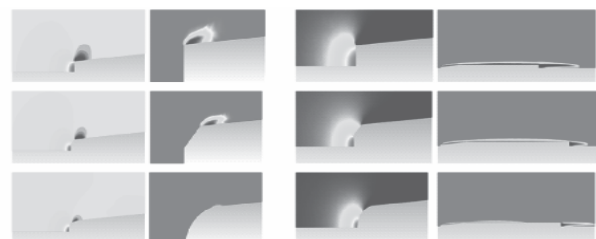


Hình 6. Sự hình thành bọt khí xâm thực tại một số vận tốc của đạn

3.3. Đặc tính động lực học của các loại mũi đầu đạn

Hiện tượng xuất hiện siêu khoang (bóng xâm thực) xuất phát từ sự giảm áp suất tại đó. Để khảo sát chi tiết hiện tượng sẽ rất phức tạp vì nó phụ thuộc rất nhiều yếu tố. Ảnh hưởng của vận tốc đạn đã được trình bày ở mục trước 3.2. Ở mục này sẽ khảo sát túi xâm thực theo các hình dạng đạn khác nhau.

Ba loại hình dạng đầu đạn được khảo sát: đầu đĩa phẳng (như kết quả các mục trước), đầu vát trụ và đầu cầu. Kết quả cho thấy đầu đĩa phẳng dễ hình thành siêu khoang nhất, lực cản thấp nhất ở vận tốc cao. Đầu cầu có lực cản lớn nhất. Hình 7 biểu diễn khoang xâm thực theo từng loại đầu đạn với vận tốc đầu đạn là 20 m/s và 100 m/s. Từ đặc điểm khoang rộng, hệ số lực cản cũng sẽ khác nhau như thể hiện trong bảng 3. Kết quả cho thấy với vận tốc nhỏ và trung bình, mũi vát trụ có hệ số lực cản nhỏ nhất, sau đó với vận tốc cao thì mũi cầu sẽ có hệ số C_d nhỏ nhất do đó làm giảm lực cản nhất.



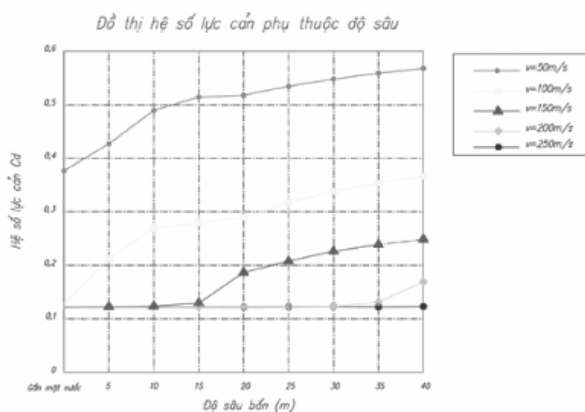
Hình 7. Áp suất tại mũi đạn (bên trái mỗi hình) và khoang xâm thực (bên phải mỗi hình) tại vận tốc của đạn bằng 20 m/s (bên trái) và 100 m/s (bên phải).

Bảng 3. Hệ số lực cản đối với các mô hình khác nhau

Vận tốc (m/s)	Mũi đạn đĩa phẳng	Mũi vát trụ	Mũi cầu
20	0.668427	0.583515	0.621686
100	0.127596	0.092472	0.170725
170	0.125581	0.085196	0.069348

3.4. Ảnh hưởng của độ sâu phát bắn

Ngoài ảnh hưởng của vận tốc hay hình dạng đầu đạn. Độ sâu phát bắn có ảnh hưởng đáng kể đến chuyển động của đạn dưới nước. Việc hiểu rõ những ảnh hưởng này là rất quan trọng để đảm bảo an toàn và hiệu quả khi bắn súng dưới nước. Độ sâu phát bắn ảnh hưởng đến chuyển động của đạn dưới nước theo nhiều cách. Qua đồ thị trên có thể thấy ở độ sâu càng lớn càng gây ảnh hưởng xấu đối với những vật thể chuyển động với tốc độ cao do khó có thể hình thành khoang rỗng để giảm lực cản tác dụng. Hình 8 thể hiện hệ số lực cản C_d theo các độ sâu phát bắn. Nhận thấy rằng sự xuất hiện siêu khoang cũng ảnh hưởng lớn đến lực cản do khi xuất hiện bọt khí thì các lực nhót và lực áp suất sẽ thay đổi. Kết quả hình 8 cho thấy rằng khi vận tốc đạn chưa đủ lớn thì ảnh hưởng đến độ sâu phát bắn khá lớn. Ngược lại, với vận tốc lớn thì ảnh hưởng của độ sâu bắn không nhiều.



Hình 8. Đồ thị thay đổi lực cản theo độ sâu bắn

4. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã xây dựng thành công mô hình mô phỏng số quá trình chuyển động của đạn phi tiêu APS trong môi trường nước. Nghiên cứu đặc tính động lực của đạn phi tiêu sử dụng phần mềm mô phỏng ANSYS FLUENT. Kết quả cho thấy vận tốc, hình dạng đầu đạn sẽ có ảnh hưởng lớn đến lực cản và sự hình thành khoang xâm thực. Ngoài ra, độ sâu phát bắn cũng có ảnh hưởng đến siêu khoang và do đó hệ số lực cản C_d . Việc hình thành siêu khoang giúp giảm lực cản đáng kể do nhót, kéo dài quãng đường di chuyển của đạn. Các kết quả này cung cấp cơ sở khoa học quan trọng cho việc thiết kế và tối ưu hóa đạn bắn dưới nước trong tương lai. ❖

Ngày nhận bài: 23/9/2025

Ngày phản biện: 09/10/2025

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Garabedian, P.R. (1956), "Calculation of axially symmetric cavities and jets". Pacific J. Math., 6(4), 611-684.
- [2]. TuLin, M.P. (1964), "Supercavitating flow - small perturbation theory". Journal of Ship Research, 7:16-37.
- [3]. Logvinovich, G.V. (1969), "Hydrodynamics of flows with free boundaries". Kiev: Naukova dumka.
- [4]. Korkut, E., & Atlar, M. (2003), "An experimental study into the effect of cavitation on marine propeller performance". Ocean Engineering.
- [5]. Fluent Inc. (2021), "ANSYS Fluent Theory Guide".
- [6]. Singhal, A. K. et al. (2002), "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model". Journal of Fluids Engineering.
- [7]. Lee, H., Lee, C., Kim, M. S., & Seok, W. (2025), "Numerical Investigation of Cavitation Models Combined with RANS and

- PANS Turbulence Models for Cavitating Flow Around a Hemispherical Head-Form Body*". Journal of Marine Science and Engineering, 13(4), 821.
- [8]. Yin, T. Y., Pavesi, G., Pei, J., Yuan, S. Q., & Gan, X. C. (2022), "*Large eddy simulation of cloud cavitation and wake vortex cavitation around a trailing-truncated hydrofoil*". Journal of Hydrodynamics, 34(5), 893-903.
- [9]. Nguyen, T.V., Doan, M.T., Vu, M.H., Vu, V.C., Luu, D.L., Ha, S.T. (2025), "*Numerical Study on the Aerodynamic Characteristics of a Wings-Stabilized Moving Projectile*". In: Long, B.T., et al. Proceedings of the 4th Annual International Conference on Material, Machines, and Methods for Sustainable Development (MMMS2024). MMMS 2024. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-93816-0_72
- [10]. Nguyen, D. Q., Tran, T. H., Le, D. A., Hieu, N. T., Pham, V. K., & Ha, T. S. (2024), "*Drag reduction for axisymmetric boattail model by longitudinal groove cavity under low-speed conditions*". Journal of Mechanical Science and Technology, 38(8), 4209-4220.
- [11]. D.C, Wilcox (1998), "*Turbulence Modeling for CFD*".