

XÁC ĐỊNH CÁC THÔNG SỐ BIỂU THỊ ĐẶC TÍNH CỦA CÁC LOẠI CHẤT LỎNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH

DETERMINE BEHAVIOR PARAMETERS OF FLUID MODELS IN ANALYTIC METHOD

Phạm Đức Thiên

Khoa Cơ - Điện, Trường Đại học Mỏ - Địa chất

Email: phamducthien@humg.edu.vn

TÓM TẮT

Xác định đặc tính của các loại chất lỏng có ý nghĩa quan trọng đối với chất lỏng sử dụng trong công nghiệp, cũng như là các chất lỏng khác như sản phẩm khai thác dầu khí, chất lỏng bơm ép giếng, sơn, ... Bài viết này tác giả xem xét mối quan hệ giữa ứng suất trượt và tỷ suất trượt của các loại chất lỏng, sau đó sử dụng mô hình thí nghiệm dạng dụng cụ quay ống lồng để xác định các thông số đặc tính: độ nhớt động lực, độ nhớt dẻo, ứng suất trượt ban đầu, chỉ số đặc trưng dòng chảy, hệ số sệt và tỷ suất trượt ban đầu của các loại chất lỏng Newton, Bingham, Power Law, Robertson-Stiff và chất lỏng Casson, từ đó ứng dụng để xác định các thông số đặc tính của các loại chất lỏng tương ứng trong công nghiệp.

Từ khóa: *Chất lỏng; Ứng suất trượt; Tỷ suất trượt.*

ABSTRACT

Research on behavior of fluid models means great deal to fluids in industrial and other liquids as oil petroleum product, paints, ... This topic the author determines relationship between shear stress and shear rate of fluid models and use rotating-sleeve viscometer model to establish behavior parameters: absolute viscosity (μ), plastic viscosity (μ_p), yield stress (τ_0), consistancy factor (k), flow behavior index (m) and shear rate intercept (s_0) of fluid models: Newton, Bingham plastic, Power Law, Robertson-Stiff and Casson fluid. From that application to determine behavior of fluids in industrial.

Keywords: *Fluids; Shear stress; Shear rate.*



1. MỞ ĐẦU

Trong công nghiệp và kỹ thuật có rất nhiều loại chất lỏng được sử dụng. Tuy nhiên, ta phân ra làm hai loại chính là chất lỏng Newton và chất lỏng phi Newton [1]. Mỗi loại chất lỏng có một đặc tính riêng biệt đặc trưng cho chất lỏng đó và quyết định đến tính nhớt, cấu trúc, đặc tính chảy,... của chất lỏng. Chất lỏng (dung dịch) ngoại trừ nước sử dụng trong công nghiệp, kỹ thuật, đặc biệt trong công nghiệp dầu khí, bao gồm dung dịch gốc nước, dung dịch gốc dầu, dung dịch pôlime, dung dịch bột,... toàn bộ đều là chất lỏng phi Newton. Chất lỏng phi Newton có rất nhiều loại, chẳng hạn như chất lỏng Bingham, Power Law, Robertson-Stiff, Casson, Herschel-Bulkley,... [2]. Chất lỏng dạng dung dịch có thể thuộc một trong các chất lỏng trên hoặc có thể là chất lỏng phi Newton khác mà có đặc tính giống hay tương tự như các chất lỏng trên.

Việc nghiên cứu xác định đặc tính của các loại chất lỏng có một ý nghĩa to lớn đối với các ngành công nghiệp, nhất là việc lựa chọn chất lỏng khoan phù hợp.

2. QUAN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT TRƯỢT VÀ TỶ SUẤT TRƯỢT CỦA CÁC LOẠI CHẤT LỎNG

Mỗi loại chất lỏng mô tả đặc tính dòng chảy của nó thông qua quan hệ toán học giữa ứng suất trượt (là lực tác dụng trên một đơn vị bề mặt tiếp xúc giữa hai lớp chất lỏng) và tỷ suất trượt (tỉ số giữa độ chênh lệch vận tốc của hai lớp chất lỏng và khoảng cách giữa chúng), đại lượng này chính là gradient vận tốc theo chiều thẳng góc với phương chuyển động của các lớp chất lỏng. Đối với chất lỏng Newton tỉ số giữa ứng suất trượt và tỷ suất trượt là một hằng số. Đối với chất lỏng phi Newton mối quan hệ giữa hai đại lượng này phức tạp hơn.

2.1. Chất lỏng Newton

Chất lỏng Newton được xác định bởi mối quan hệ:

$$\tau = \mu s \quad (2-1)$$

Trong đó: τ - Ứng suất trượt; s - Tỷ suất trượt; μ - Độ nhớt tuyệt đối.

2.2. Chất lỏng phi Newton

Chất lỏng phi Newton bao gồm các loại và có biểu thức mô tả như sau [2, 3]:

2.2.1. Chất lỏng Bingham được xác định bởi mối quan hệ:

$$\tau = \tau_0 + \mu_\infty s \quad (2-2)$$

Trong đó: τ_0 - Ứng suất ban đầu; μ_∞ - Độ nhớt dẻo.

2.2.2. Chất lỏng Power Law được xác định bởi mối quan hệ:

$$\tau = ks^m \quad (2-3)$$

Trong đó: k - Hệ số đậm đặc (hệ số sệt); m - Chỉ số đặc tính chảy.

Hệ số đậm đặc k biểu thị độ đậm đặc của chất lỏng và là đại lượng tương tự như độ nhớt biểu kiến. Khi k tăng thì độ đậm đặc của chất lỏng tăng.

Chỉ số đặc tính chảy m cho biết đặc tính phi Newton của chất lỏng. Khi $m=1$, công thức chất lỏng Power Law trở thành công thức chất lỏng Newton. Khi $m > 1$, chất lỏng là dạng chất lỏng trương nở, độ nhớt biểu kiến tăng khi tỷ suất trượt tăng. Khi $0 < m < 1$, chất lỏng ở dạng cấu trúc giả dẻo. Cấu trúc giả dẻo thể hiện tính

loãng ứng suất tức độ nhớt biểu kiến giảm khi tỷ suất trượt tăng.

2.2.3. Chất lỏng Robertson-Stiff được xác định bởi mối quan hệ:

$$\tau = k(s_0 + s)^m \quad (2-4)$$

Trong đó: s_0 - Tỷ suất trượt chặn.

2.2.4. Chất lỏng Casson được xác định bởi mối quan hệ:

$$\tau = (\tau_0^{0,5} + \mu_\infty s^{0,5})^2 \quad (2-5)$$

2.2.5. Chất lỏng Herschel Bulkley được xác định bằng mối quan hệ:

$$\tau = \tau_0 + ks^m \quad (2-6)$$

Chất lỏng này ít khi gặp trong thực tế. Do vậy, phần sau tác giả không đề cập đến.

Ngoài ra, còn nhiều chất lỏng phi Newton khác nhưng tác giả chỉ đề cập và tính toán các thông số đặc tính của một số chất lỏng nêu trên.

3. XÁC ĐỊNH THÔNG SỐ ĐẶC TÍNH CỦA CÁC LOẠI CHẤT LỎNG

3.1. Mô hình thí nghiệm xác định ứng suất trượt và tỷ suất trượt

Mô hình thí nghiệm gồm hai ống trụ lồng nhau [2]. Trên ống trụ trong có gắn thiết bị đo mô men xoắn. Chất lỏng điền đầy khoảng giữa hai ống trụ. Trong quá trình thí nghiệm, ống trụ trong đứng yên, ống trụ ngoài quay (hình 3-1).

Thiết bị đo mô men hoạt động dựa trên nguyên tắc đọc góc xoắn của lò xo, với mỗi loại

lò xo có lực đàn hồi khác nhau và được quy chuẩn. Theo góc xoắn lò xo, ta xác định được mô men xoắn:

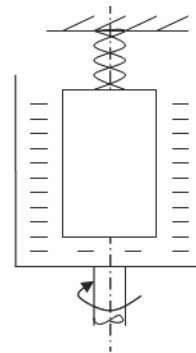
$$M_x = \theta \cdot M_{dh} \quad (3-1a)$$

Trong đó: M_x - Mô men xoắn; M_{dh} - Mô men xoắn đàn hồi trên một độ góc xoắn; θ - Góc xoắn.

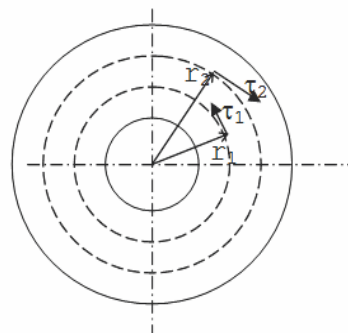
Căn cứ vào kích thước, ta xác định được ứng suất trượt trên ống trụ trong:

$$\tau_t = \frac{M_x}{2\pi l r_t^2} \quad (3-1b)$$

Trong đó: τ_t - Ứng suất trượt trên ống trụ trong; r_t - Bán kính ống trụ trong; l - Chiều cao ống trụ trong.



Hình 3-1. Mô hình thí nghiệm xác định đặc tính chất lỏng



Hình 3-2. Các lớp chất lỏng chuyển động với vận tốc khác nhau

Khi ống trụ ngoài quay, chất lỏng giữa hai ống trụ có hình ảnh như những lớp trụ vành khăn đồng tâm, lớp nọ trượt trên lớp kia, nhờ vậy hệ thống được cân bằng. Lực quay làm cho lớp này trượt trên lớp kia cân bằng với lực ma sát giữa các lớp.

Ta xét hai lớp chất lỏng có bán kính r_1 , r_2 như trên hình vẽ 3-2, ta có:

$$M_1 = F_1 \cdot r_1 = 2\tau_1 \pi r_1^2 \quad (3-2a)$$

$$M_2 = F_2 \cdot r_2 = 2\tau_2 \pi r_2^2, \quad (3-2b)$$

Trong đó: M_1, M_2 - Mô men tác động lên các lớp chất lỏng; F_1, F_2 - Tổng lực tác động lên lớp chất lỏng; r_1, r_2 - Bán kính lớp chất lỏng; τ_1, τ_2 - Ứng suất trượt trên các lớp chất lỏng.

Mô men tác động lên cả khối trụ chất lỏng là như nhau, nghĩa là:

$$M = M_1 = M_2 = \dots \text{ Hay: } \tau_2 = \tau_1 \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Khi ta xét cho lớp chất lỏng có bán kính r bất kỳ, thì:

$$\tau = \tau_i \frac{1}{y^2} \quad (3-3)$$

Trong đó: τ - Ứng suất trượt tại vị trí bất kỳ; τ_i - Ứng suất trượt tại ống trụ trong; y - Tỷ số bán kính của lớp chất lỏng bất kỳ và bán kính ống trụ trong, $y = r/r_i$; r_i - Bán kính ống trụ trong.

Mô tả chất lỏng trong trường hợp tổng quát bằng quan hệ giữa ứng suất trượt và tỷ suất trượt, ta có:

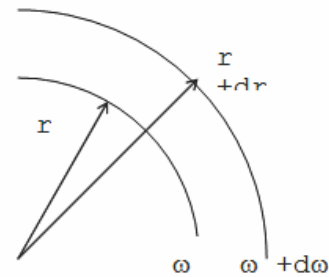
$$s = f(\tau) \text{ với } \tau = \tau_i \frac{1}{y^2} \quad (3-4)$$

Mặt khác, vận tốc góc tại một điểm bất kỳ được xác định là một đại lượng của tỷ suất trượt.

Từ hình vẽ, ta có:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{(\omega + d\omega)(r + dr) - \omega r}{(r + dr) - r}$$

Hay: $\frac{dv}{dr} = r \frac{d\omega}{dr} + \omega + d\omega \quad (3-5)$



Hình 3-3. Sự chuyển dịch giữa hai lớp chất lỏng

Công thức (3-5) cho thấy sự thay đổi của vận tốc theo bán kính. Hai đại lượng cuối của công thức $(\omega + d\omega)$ thể hiện sự thay đổi của vận tốc nhưng không gây ra sự trượt. Vì vậy, sự thay đổi vận tốc theo bán kính tạo ra sự trượt hay ứng suất trượt chính là đại lượng thứ nhất. Do đó, ta có thể viết:

$$s = \frac{dv}{dr} = r \frac{d\omega}{dr} \quad (3-6)$$

Cho nên viết lại công thức (3-5) theo y , ta được:

$$s = \frac{dv}{dr} = y \frac{d\omega}{dy} \quad (3-7)$$

Cả hai công thức (3-4), (3-7) đều biểu diễn tỷ suất trượt, do vậy ta có:

$$f(\tau) = y \frac{1}{dy} d\omega \text{ hay } d\omega = f(\tau) \cdot \frac{1}{y} dy$$

Tích phân hai vế biểu thức và sắp xếp lại, ta được:

$$\omega = \int \frac{1}{y} f(\tau) dy \quad (3-8)$$

Vận tốc góc của ống ngoài xác định thông qua tốc độ quay, trong quá trình thí nghiệm chỉ có ống ngoài quay. Còn giá trị y biến đổi từ 1 đến $b = r_n/r_t$. Lấy tích phân theo cận, công thức (3-8) trở thành:

$$\frac{2\pi n}{60} = \int_1^b \frac{1}{y} f(\tau) dy \quad (3-9)$$

Trong đó: r_n - Bán kính ống ngoài; r_t - Bán kính ống trong; b - Tỷ số giữa bán kính ống ngoài và ống trong; n - Tốc độ vòng quay ống ngoài, vòng/phút.

Công thức (3-9) cùng với công thức (3-4) dùng để tìm ứng suất trượt tại ống trụ trong đối với mỗi tốc độ vòng quay cho các loại chất lỏng.

3.2. Ứng suất trượt trên ống trụ trong của các loại chất lỏng

3.2.1. Chất lỏng Newton

Chất lỏng Newton được xác định theo công thức (2-1), do vậy ta có:

$$s = f(\tau) = \frac{\tau}{\mu} = \frac{\tau_t}{y^2 \mu} \quad (3-10)$$

Thay công thức (3-10) vào công thức (3-9) lấy cận tích phân biến đổi, ta được:

$$\tau_t = \frac{\pi n b^2 \mu}{15(b^2 - 1)} \quad (3-11)$$

3.2.2. Chất lỏng Bingham

Từ công thức (2-2), ta có:

$$s = f(\tau) = \frac{\tau - \tau_0}{\mu_\infty} = \frac{\tau_t \frac{1}{y^2} - \tau_0}{\mu_\infty} \quad (3-12)$$

Thay công thức (3-12) vào công thức (3-9) rồi tích phân và biến đổi, ta được:

$$\tau_t = \frac{2b^2}{b^2 - 1} \left[\frac{2\pi n \mu_\infty}{60} + \tau_0 \ln b \right] \quad (3-13)$$

Cách tính tương tự, ta có công thức tính ứng suất trượt tại ống trụ trong đối với các chất lỏng còn lại.

3.2.3. Chất lỏng Power Law

$$\tau_t = k \left[\frac{\pi n b^{2/m}}{15 m (b^{2/m} - 1)} \right] \quad (3-14)$$

3.2.4. Chất lỏng Robertson-Stiff

$$\tau_t = k \left[\frac{2b^{2/m}}{m(b^{2/m} - 1)} \left(\frac{2\pi n}{60} + s_0 \ln b \right) \right]^m \quad (3-15)$$

3.2.5. Chất lỏng Casson

$$\tau_t = \left[\frac{2b(b-1)\tau_0^{0.5} + \sqrt{4b^2(b-1)^2\tau_0^2 + 2b^2(b^2-1)\left(\frac{\pi n \mu_\infty}{30} - \tau_0 \ln b\right)}}{(b^2-1)} \right]^2 \quad (3-16)$$

3.3. Tỷ suất trượt trên ống trụ trong của các loại chất lỏng

Ở trên, ta xác định ứng suất trượt tại ống trụ trong, theo kết quả đó ta hoàn toàn xác định được tỷ suất trượt của các loại chất lỏng khác nhau trên ống trụ trong.

3.3.1. Chất lỏng Newton

Từ công thức (2-1), ta có:

$$s = \frac{\tau}{\mu} \text{ hay } s_t = \frac{\tau_t}{\mu} \quad (3-17)$$

Trong đó: s_t - Ứng suất trượt trên trụ trong. ☞

Thay công thức (3-11) vào công thức (3-17), ta được:

$$s_t = \frac{\pi n b^2}{15 (b^2 - 1)} \quad (3-18)$$

3.3.2. Chất lỏng Bingham

Từ công thức (2-2), ta có:

$$s = \frac{\tau - \tau_0}{\mu_\infty} \text{ hay } s_t = \frac{\tau_t - \tau_0}{\mu_\infty} \quad (3-19)$$

Thay công thức (3-13) vào công thức (3-19), ta được:

$$s_t = \frac{\pi n b^2}{15 (b^2 - 1)} + \frac{\tau_0}{\mu_\infty} \left[\frac{2 b^2 \ln b}{(b^2 - 1)} - 1 \right] \quad (3-20)$$

Tương tự, ta có tỷ suất trượt tại ống trụ trong của các chất lỏng còn lại.

3.3.3. Chất lỏng Power Law

$$s_t = \frac{\pi n b^{2/m}}{15 m (b^{2/m} - 1)} \quad (3-21)$$

3.3.4. Chất lỏng Robertson-Stiff

$$s_t = \frac{\pi n b^{2/m}}{15 m (b^{2/m} - 1)} + s_0 \left[\frac{2 b^{2/m} \ln b}{m (b^{2/m} - 1)} - 1 \right] \quad (3-22)$$

3.3.5. Chất lỏng Casson

$$s_t = \left[\frac{(b-1)^2 \tau_0^{0.5} + \sqrt{4 b^2 (b-1)^2 \tau_0 + 2 b^2 (b^2 - 1) \left(\frac{\pi n \mu_\infty}{30} - \tau_0 \ln b \right)}}{(b^2 - 1) \mu_\infty^{0.5}} \right]^2 \quad (3-23)$$

3.4. Xác định các thông số đặc tính của chất lỏng

Dựa vào công thức tính toán ứng suất trượt, tỷ suất trượt trên đây, khi ta đo được ứng suất trượt trên ống trụ trong tại một số tốc độ khác nhau, ta hoàn toàn xác định được các thông số đặc tính của chất lỏng. Sau đây là các thông số chỉ định đặc tính của các chất lỏng.

3.4.1. Chất lỏng Newton

Từ công thức (3-11), ta có độ nhớt động lực học của chất lỏng Newton:

$$\mu = \frac{15 \tau_t (b^2 - 1)}{\pi n b^2} \quad (3-24)$$

3.4.2. Chất lỏng Bingham

Với tốc độ quay n_1 dựa vào công thức (3-13), ta có:

$$\tau_{t1} = \frac{2 b^2}{b^2 - 1} \left[\frac{2 \pi n_1 \mu_\infty}{60} + \tau_0 \ln b \right]$$

Với tốc độ quay n_2 , ta có:

$$\tau_{t2} = \frac{2 b^2}{b^2 - 1} \left[\frac{2 \pi n_2 \mu_\infty}{60} + \tau_0 \ln b \right]$$

Ở tốc độ quay n_1, n_2 khác nhau nhưng ứng suất ban đầu và độ nhớt dẻo không thay đổi. Do vậy, căn cứ vào hai phương trình trên, ta xác định được hai thông số đặc tính của chất lỏng Bingham:

$$\begin{aligned} & \text{- Độ nhớt dẻo:} \\ \mu_\infty &= \frac{15 (b^2 - 1) (\tau_{t2} - \tau_{t1})}{\pi (n_2 - n_1) b^2} \end{aligned} \quad (3-25)$$

$$\begin{aligned} & \text{- Ứng suất trượt ban đầu:} \\ \tau_0 &= \frac{(b^2 - 1) (n_2 \tau_{t1} - n_1 \tau_{t2})}{2 b^2 \ln b (n_2 - n_1)} \end{aligned} \quad (3-26)$$

Trong đó: τ_{t1}, τ_{t2} - Ứng suất trượt đo được trên ống trụ trong tại tốc độ quay n_1 và n_2 .

3.4.3. Chất lỏng Power Law

- Chỉ số đặc trưng dòng chảy m:

Ở tốc độ quay n_1 , theo (3-14), ta có:

$$k = \tau_{t1} \left(\frac{15 m (b^{2/m} - 1)}{\pi n_1 b^{2/m}} \right)^m$$

Ở tốc độ quay n_2 , theo (3-14), ta có:

$$k = \tau_{t2} \left(\frac{15 m (b^{2/m} - 1)}{\pi n_2 b^{2/m}} \right)^m$$

Do k không đổi, ta chia hai biểu thức cho nhau:

$$\frac{\tau_{t2}}{\tau_{t1}} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^m$$

Lôgarít hóa hai vế, ta được chỉ số đặc trưng dòng chảy:

$$m = \frac{\lg \tau_{t2} / \tau_{t1}}{\lg n_2 / n_1} \quad (3-27)$$

- Hệ số sệt k , ở tốc độ quay n_1 , theo (3-14) ta có hệ số sệt tính theo m và τ_{t1} :

$$k = \tau_{t1} \left(\frac{15 m (b^{2/m} - 1)}{\pi n_1 b^{2/m}} \right)^m \quad (3-28)$$

Chúng minh tương tự đối với các chất lỏng còn lại.

3.4.4. Chất lỏng Robertson-Stiff

- Tỷ suất trượt ban đầu:

$$s_0 = \frac{\pi (n_2 \tau_{t1}^{1/m} - n_1 \tau_{t2}^{1/m})}{30 \ln b (\tau_{t2}^{1/m} - \tau_{t1}^{1/m})} \quad (3-29)$$

- Hệ số sệt k được xác định:

$$k = \tau_{t1} \left(\frac{m (1 - b^{-2/m})}{\frac{2\pi n_1}{15} + 2s_0 \ln b} \right)^m \quad (3-30)$$

Trong đó: m được xác định theo công thức ứng với 3 tốc độ quay khác nhau:

$$\left(\frac{\tau_{t1}}{\tau_{t2}} \right)^{1/m} \frac{(n_3 - n_2)}{(n_3 - n_1)} + \left(\frac{\tau_{t3}}{\tau_{t2}} \right)^{1/m} \frac{(n_2 - n_1)}{(n_3 - n_1)} = 1 \quad (3-31)$$

3.4.5. Chất lỏng Casson

- Ứng suất trượt ban đầu:

$$\tau_0 = \left[\frac{4b(b-1)(n_2 \tau_{t1}^{0.5} - n_1 \tau_{t2}^{0.5}) - \sqrt{16b^2(b-1)^2 (n_2 \tau_{t1}^{0.5} - n_1 \tau_{t2}^{0.5})^2 - 8b^2(b^2-1) \ln b (n_2 \tau_{t1} - n_1 \tau_{t2}) (n_2 - n_1)}}{4b^2 \ln b (n_2 - n_1)} \right]^2 \quad (3-32)$$

- Độ nhớt dẻo:

$$\mu_e = \frac{30}{\pi n_1} \left[\frac{\tau_{t1}(b^2-1) - 4b(b-1)(\tau_0 \tau_{t1})^{0.5}}{2b^2} + \tau_0 \ln b \right] \quad (3-33)$$

Trong tất cả các công thức trên n_3, n_2, n_1 là tốc độ vòng quay của ống lồng với $n_3 > n_2 > n_1$ và cho ứng suất trượt $\tau_{t3}, \tau_{t2}, \tau_{t1}$ tương ứng.

4. KẾT LUẬN

Bằng các công thức từ (3-24) đến công thức (3-33), kết hợp với quá trình thí nghiệm để đo ứng suất trượt trên ống trụ trong, ta hoàn toàn xác định được các thông số đặc tính của các loại chất lỏng Newton, Bingham, Power Law, Robertson-Stiff và chất lỏng Casson. Kết quả tính toán theo các công thức này có thể áp dụng trong thực tế cho độ tin cậy.

Như vậy, sử dụng phương pháp giải tích trên, ta có thể xác định được các thông số đặc tính của tất cả các loại chất lỏng, nếu các chất lỏng đó được mô tả bằng biểu thức toán học của hai đại lượng ứng suất trượt và tỷ suất trượt. ❖

Ngày nhận bài: 04/5/2026

Ngày phản biện: 18/5/2026

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Trần Chấn Chinh, Lê Thị Minh Nghĩa (1996), “Cơ học chất lỏng kỹ thuật – Tập I”. NXB. Giáo dục.
- [2]. EXLOG (1985), “Theory and application of drilling fluid hydraulics”. International Human Resources Development Corporation - Boston.
- [3]. Adam T.Bourgoynne Jr, Keith k.Millheim, Martin E.Chenevert, F.S.Young Jr (1991), “Applied drilling engineering”. Society of Petroleum Engineers Richardson, TX.