

NGHIÊN CỨU XÂY DỰNG MÔ HÌNH TOÁN CỦA QUÁ TRÌNH TƯƠNG TÁC GIỮA MÁY LÀM PHẪNG BỀ MẶT BÊ TÔNG DẠNG ĐĨA VÀ BÊ TÔNG

RESEARCH ON MATHEMATICAL MODELING OF THE INTERACTION PROCESS
BETWEEN DISC CONCRETE SURFACE LEVELING MACHINE AND CONCRETE

Huỳnh Công Lớn, Lương Văn Tới

Bộ môn Kỹ thuật Máy xây dựng và Nâng chuyển, Khoa Cơ khí, Trường Đại học Bách Khoa,
Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

TÓM TẮT

Nghiên cứu xây dựng mô hình toán cho quá trình tương tác giữa các bộ phận công tác của máy làm phẳng bề mặt bê tông và bê tông tươi là rất cần thiết. Trên cơ sở mô hình toán, chúng ta có thể mô phỏng để tìm các thông số làm việc hợp lý của thiết bị. Yêu cầu về chất lượng bê tông thành phẩm trong thực tế là rất nghiêm ngặt, mọi tiêu chuẩn chất lượng đều được tiêu chuẩn hóa và được ban hành bởi cơ quan quản lý nhà nước. Bài báo sẽ trình bày phương pháp nghiên cứu xây dựng mô hình mô phỏng cho quá trình tương tác giữa máy và bê tông, từ kết quả mô phỏng sẽ rút ra được các thông số làm việc tối ưu của máy làm phẳng bề mặt bê tông.

Từ khóa: *Bê tông; Máy làm phẳng bề mặt bê tông; Mô hình toán; Làm phẳng bằng đĩa quay.*

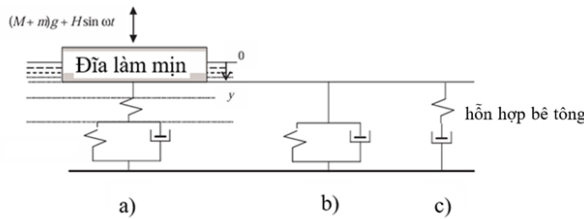
ABSTRACT

Researching and building a mathematical model for the interaction process between the working parts of the concrete surface leveling machine and fresh concrete is very necessary. Based on the mathematical model, we can simulate to find the reasonable working parameters of the equipment. The requirements for the quality of finished concrete in practice are very strict, all quality standards are standardized and issued by state management agencies. The article will present the research method to build a simulation model for the interaction process between the machine and concrete, from the simulation results, the optimal working parameters of the concrete surface leveling machine will be drawn.

Keywords: *Concrete; Concrete surface leveling machine; Mathematical model; Rotating disk leveling.*

1. GIỚI THIỆU

Việc đảm bảo chất lượng bề mặt bê tông sau xử lý phù hợp với các tiêu chuẩn chất lượng được quy định bởi cơ quan chức năng là yêu cầu tối cần thiết. Vì vậy, máy làm phẳng bề mặt bê tông cần bổ sung dao động cho bộ công tác xoa phẳng bề mặt bê tông, với hiệu ứng rung động sẽ giúp cho các lớp bê tông trên bề mặt được làm phẳng tốt hơn. Tuy nhiên, độ cứng của hỗn hợp bê tông thay đổi trong phạm vi khá rộng, nó tùy thuộc vào mục đích sử dụng và loại sản phẩm bê tông được đúc, cũng như quá trình công nghệ làm phẳng bề mặt bê tông, điều này gây khó khăn đáng kể trong việc xác định thông số làm việc của máy làm phẳng bề mặt bê tông. Tất cả những vấn đề nêu trên khiến việc nghiên cứu xây dựng mô hình hóa và động lực học tương tác giữa đĩa rung và hỗn hợp bê tông là rất cần thiết. Các mô hình tương tác giữa hỗn hợp bê tông và đĩa công tác được trình bày ở hình 1.



Hình 1. Các mô hình tương tác giữa bộ công tác đĩa rung và hỗn hợp bê tông

Trong đó: a) là mô hình Maxwell – Kelvin-Voigt, b) là mô hình Kelvin-Voigt, c) là mô hình Maxwell.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2.1. Mô hình toán của sự tương tác giữa đĩa rung và hỗn hợp bê tông

Mọi chuyển vị trong quá trình tương tác giữa đĩa công tác và các lớp bê tông được xem

là các vector nhỏ, tùy thuộc vào các điều kiện biên, vector chuyển vị có dạng như sau: $u = u(x, y, z) = u(r)$. Khi xem xét mô hình tương tác giữa bộ công tác đĩa và hỗn hợp bê tông là đàn dẻo nhớt (mô hình Maxwell – Kelvin-Voigt) thì ta có các phương trình, động lực học, biến dạng, chuyển vị của các phân tử như sau, áp dụng định thứ nhất của Newton cho một phần tử lập phương vô cùng bé với lực kích rung là f_1 thì ta có:

$$\frac{\delta \tau_{x1}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{y1}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{z1}}{\delta z} + f_1 = \rho \ddot{u}_1 \quad (1)$$

Mối quan hệ giữa biến dạng và ứng suất phụ thuộc vào các tính chất cụ thể của môi trường tương tác và được xác định bởi các phương trình sau:

$$\begin{aligned} \frac{\delta u_x}{\delta y} + \frac{\delta u_y}{\delta x} &= 2\varepsilon_{xy} \\ \frac{\delta u_x}{\delta z} + \frac{\delta u_z}{\delta x} &= 2\varepsilon_{xz} \\ \frac{\delta u_y}{\delta z} + \frac{\delta u_z}{\delta y} &= 2\varepsilon_{yz} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\delta u_x}{\delta x} = \varepsilon_{xx}, \quad \frac{\delta u_y}{\delta y} = \varepsilon_{yy}, \quad \frac{\delta u_z}{\delta z} = \varepsilon_{zz}$$

Nếu môi trường tương tác là môi trường đàn hồi thì phương trình liên hệ sẽ tuân theo định luật Hook và có dạng như sau:

$$\tau = 2G(\varepsilon + \frac{\mu}{1-2\mu}\theta E) \quad (3)$$

Trong đó, G là mô-đun cắt, μ là hằng số Poisson, E là mô-đun đàn hồi. Khi hỗn hợp bê tông bị kéo căng theo trục x , ta có:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \sigma_x \text{ và } \varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_x}{E}, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\mu \varepsilon_{xx} = -\mu \frac{\sigma_x}{E} \\ \theta &= \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \end{aligned}$$

Phương trình định luật Hook có thể viết lại như sau:

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = K\theta, K = \frac{2G(1+\mu)}{1-\mu}; S = 2Ge$$

$$S \equiv \tau - \frac{1}{3}(\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz})E; e \equiv \varepsilon - \frac{1}{3}\theta E \quad (4)$$

Phương trình vi phân của hệ đàn nhớt tuyến tính như mô hình Kelvin-Voigt như sau:

$$S = 2Ge + 2\eta\dot{e} \quad (5)$$

Trong đó, η là độ nhớt của hỗn hợp bê tông.

Môi trường Kelvin-Voigt là một chất rắn có thể biến dạng, độ cứng của nó tăng theo tốc độ biến dạng. Môi trường Maxwell là chất lỏng chảy dưới mọi tải trọng, phương trình vi phân có dạng:

$$\dot{e} = \frac{1}{2G}\dot{s} + \frac{1}{2\eta}S \quad (6)$$

Phương trình (6) có thể viết ở dạng tổng quát hơn như sau:

$$T_\tau \dot{S} + S = 2G(T_\varepsilon \dot{e} + e) \quad (7)$$

2.2. Biến đổi Laplace cho các phương trình vi phân của các biến dạng

Khi $T_\tau \rightarrow 0$ thì môi trường là Kelvin-Voigt. Khi $T_\varepsilon \rightarrow \infty$ và $G \rightarrow 0$ thì môi trường trở thành môi trường Maxwell. Lý thuyết đàn hồi cổ điển giải quyết nhiều vấn đề liên quan đến ứng xử của vật liệu đàn hồi trong những điều kiện nhất định. Kết quả của họ được sử dụng để giải các bài toán liên quan đến vật liệu đàn hồi nhớt tuyến tính. Với mục đích này, chúng tôi sẽ sử dụng nguyên tắc tương ứng. Chúng ta hãy viết mối liên hệ giữa các độ lệch cho vật liệu đàn hồi nhớt tiêu chuẩn trong phép biến đổi Laplace. Trong trường hợp vật liệu tiêu chuẩn ở điều kiện ban đầu bằng 0:

$$S(s) = 2G \frac{1+sT_\varepsilon}{1+sT_\tau} e(s) \quad (8)$$

Trong đó, $S(s)$, $e(s)$ là hàm ảnh của

phép biến đổi Laplace, $\hat{G} = 2G \frac{1+sT_\varepsilon}{1+sT_\tau}$ được

gọi là mô-đun tương đương. Khuyến nghị chỉ ra rằng đối với ảnh Laplace, mọi quan hệ của lý thuyết đàn hồi cổ điển đều được bảo toàn nếu mô-đun cắt G được thay thế bằng ảnh $\hat{G}$. Tương tự như vậy, ta cũng có thể tính các hằng số Poisson và mô-đun đàn hồi tương đương như sau:

$$\hat{\mu} = \frac{K-2\hat{G}}{2(K+\hat{G})}, \hat{E} = \frac{3K\hat{G}}{K+\hat{G}} \quad (9)$$

Nếu thay tham số biến đổi Laplace s bằng ωi , chúng ta thu được các phương trình của phương pháp biên độ phức, áp dụng trong trường hợp điều hòa (tức là theo định luật hình sin).

Dưới đây là giải pháp phân tích một số bài toán liên quan trực tiếp đến quy trình công nghệ xử lý bề mặt bê tông mới đổ bằng máy làm phẳng đĩa. Tại biên tiếp xúc giữa đĩa và bề mặt bê tông $z = 0$, ta có các ứng suất tiếp tuyến τ_{xz} và τ_{zy} bằng nhau và bằng 0. Ta hãy xem xét diện tích tiếp xúc của đĩa tròn đường kính r là $x^2 + y^2 = r^2 \leq a^2$, tổng lực tác dụng lên đĩa và áp suất dưới nó có liên hệ với độ dịch chuyển w theo hệ thức sau:

$$F = 2\pi \int_0^a p(r)rdr = \frac{2aE}{1-\mu^2}w$$

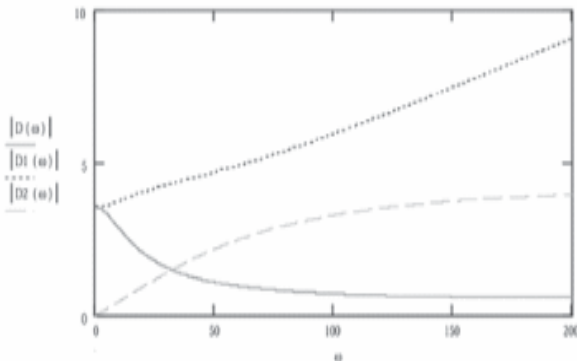
$$p(r) = \frac{F}{2\pi a\sqrt{a^2-r^2}} \quad (10)$$

Lưu ý rằng tại mép đĩa, khi $r \rightarrow a$ thì áp suất tăng vô hạn. Trong trường hợp nửa không gian nhớt đàn hồi dưới biến dạng điều hòa, theo nguyên lý tương ứng, người ta phải chấp nhận

$F = \tilde{F}e^{i\omega t}$, $w = \tilde{w}e^{i\omega t}$. Mỗi quan hệ giữa tổng lực tác dụng lên đĩa và áp suất theo biên độ phức có dạng: $\tilde{F} = \frac{2aE_k}{1-\mu_k^2} \tilde{w}$. Trong đó, μ_k và

E_k được lấy từ $\hat{\mu}$ và $\hat{E}$ khi thay thế toán tử s bằng $i\omega$. Tất nhiên, mỗi quan hệ này chỉ đúng ở những tần số đủ thấp, khi lực quán tính của môi trường có thể bị bỏ qua. Trong hình 2 thể hiện mô-đun và đối số của đặc tính biên độ – pha.

$$D(i\omega) = \frac{\tilde{F}(i\omega)}{\tilde{w}(i\omega)G}$$



Hình 2. Mô-đun và đối số đặc tính biên độ – pha

$D(\omega)$: Vật liệu đàn nhớt; $D1(\omega)$: Kelvin-Voigt; $D2(\omega)$: Maxwell

Sử dụng nguyên lý tương ứng, có thể tìm được nghiệm trạng thái ổn định trong trường hợp tác dụng một lực lên đĩa tại thời điểm ban đầu. Như người ta mong đợi, trong trường hợp vật liệu Kelvin-Voigt và vật liệu tiêu chuẩn, nghiệm sẽ giống như trong trường hợp vật liệu đàn hồi, nhưng trong trường hợp vật liệu Maxwell đĩa sẽ chìm: độ dịch chuyển tăng trong tỉ lệ thuận với thời gian khi $t \rightarrow \infty$.

3. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU VÀ BÀN LUẬN

Trực tiếp dưới ổ cứng, chuyển động có thể được coi là hướng dọc theo trục z và không phụ thuộc vào x và y : $u = u(z, t)$. Từ các phương trình (1), (2), (3) và (4), ta có:

$$\sigma'_z = \rho \ddot{u}, \quad \sigma_z = 2G \frac{1-\mu}{1-2\mu} u' \text{ trong đó}$$

$$c^2 u'' = \ddot{u}, \quad c^2 = \frac{2G}{\rho} \frac{1-\mu}{1-2\mu} \quad (11)$$

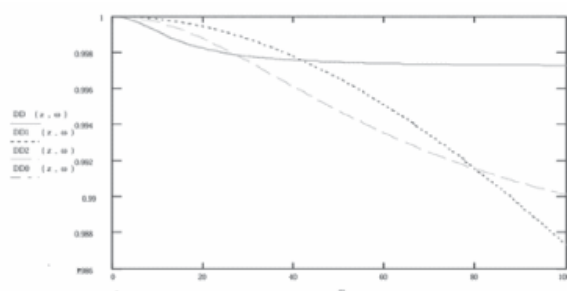
Trong vật liệu đàn hồi, c là vận tốc truyền của sóng dọc, do đó biến đổi Laplace nghịch cho ta nghiệm như sau:

$$u(z, t) = \begin{cases} 0, & t < z/c \\ u_0(t - z/c), & t \geq z/c \end{cases} \quad (12)$$

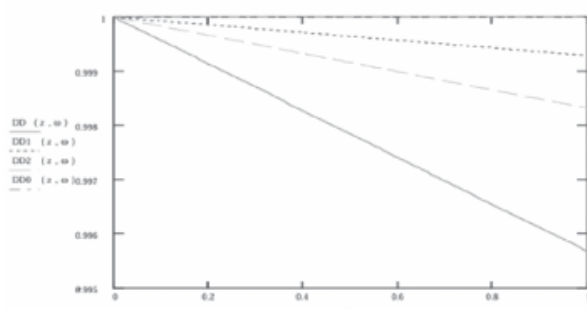
$$\text{Trong đó: } c = \frac{2G_k}{\rho} \frac{1-\mu_k}{1-2\mu_k}$$

Hình 3 cho thấy các đặc tính biên độ-tần số của các vật liệu khác nhau. Từ hình vẽ cho thấy trong trường hợp vật liệu đàn hồi thì đặc tính biên độ-tần số giống hệt với sự thống nhất, tức là biên độ dao động ở bất kỳ tần số nào vẫn bằng biên độ kích thích động học, suy ra từ phương trình (12). Trong tất cả các trường hợp khác, biên độ dao động giảm theo tần số. Trong hình 4 cho thấy biên độ dịch chuyển đối với một kích thích động học đơn lẻ trên bề mặt trong các môi trường khác nhau tùy thuộc vào độ sâu. Có thể thấy rằng trong trường hợp vật liệu đàn hồi, biên độ không phụ thuộc vào độ sâu và bằng nhau ở mọi nơi. Trong tất cả các trường hợp khác, biên độ giảm theo độ sâu do suy giảm. Tất cả các đồ thị đều giả sử chọn chuyển vị theo trục $z = 0.2\text{mm}$.





Hình 3. Đặc tính biên độ – tần số



Hình 4. Biên độ tương đối của vật liệu chuyển động phụ thuộc vào độ sâu tại $\omega = 10 \text{ c}^{-1}$

4. KẾT LUẬN

1) Đã phát triển các mô hình động học của quá trình tương tác của bộ công đĩa rung với bề mặt hỗn hợp bê tông. Trong quá trình nghiên cứu, hỗn hợp bê tông có nhiều tính chất khác nhau đã được xem xét: cấu trúc và tính lưu biến.

- Hỗn hợp bê tông có độ cứng vừa phải có chỉ số độ cứng (độ cứng = $5 \div 10 \text{ kG/cm}^2$) thì ứng dụng mô hình đàn dẻo nhớt (Kelvin-Voigt – Maxwell) để xác định các thông số làm việc tối ưu của máy làm phẳng đĩa rung.

- Hỗn hợp bê tông đặc biệt cứng có chỉ số độ cứng độ cứng lớn hơn 31 kG/cm^2 thì sử dụng mô hình Kelvin-Voigt để giải bài toán tìm thông số làm việc tối ưu của máy làm phẳng bê tông đĩa rung.

2) Đối với hỗn hợp bê tông có độ cứng vừa phải, đã xác định được vùng ổn định và các

giá trị giới hạn tương ứng của chỉ tiêu cường độ. Cường độ rung $I = A^2\omega^3$ nằm trong khoảng từ 10 đến 15 m/s.

3) Trong hỗn hợp bê tông đặc biệt cứng có giá trị độ nhớt kết cấu cao không xảy ra hiện tượng cộng hưởng và biên độ dao động trong hỗn hợp bê tông tắt dần khá nhanh. Do đó, trong những điều kiện này, có thể sử dụng máy làm phẳng tự hành để xử lý bề mặt bê tông mới đổ trong khi vẫn duy trì được độ nhám cần thiết. ❖

Ngày nhận bài: 12/8/2024

Ngày phản biện: 04/9/2024

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Akhverdov, I.N; “Nguyên tắc cơ bản của vật lý bê tông” / I.N. Akhverdov. M.: Stroyizdat, 1981.
- [2]. Afanasyev, A.A; “Công nghệ nền xung hỗn hợp bê tông” / A.A. Afanasiev. Stroyizdat, 1987.
- [3]. Bolotny, A.V; “Làm phẳng bề mặt bê tông” / A.V. Bolotny. L.: Stroyizdat. Chi nhánh Leningrad, 1979.
- [4]. Bykhovsky, I.I; “Cơ sở lý thuyết về công nghệ rung động” / I.I. Bykhovsky. 1969. 364 tr. M.: Kỹ thuật cơ khí.
- [5]. Gerasimov, S.N; “Xác định các thông số hợp lý và chế độ vận hành của bộ phận làm việc đĩa rung để xử lý bề mặt bê tông”, Luận án Tiến sĩ khoa học, BrGU. Bratsk, 2003.
- [6]. Koshlykov, N.S; “Phương trình vi phân từng phần của toán vật lý”, N.S. Koshlykov, E.B. Gliner, M.M. Smirnov. M.: Trường trung học, 1970.
- [7]. Mamaev, L.A; “Nghiên cứu thực nghiệm trong lĩnh vực xử lý bề mặt bê tông: Chuyên khảo”, L.A. Mamaev, V.B. Kashuba, A.A. Kononov, S.N. Gerasimov. Bratsk: Cơ quan Giáo dục Nhà nước về Giáo dục Chuyên nghiệp Cao cấp "BRGU", 2006.
- [8]. Landau, L.D; “Cơ học liên tục”, L.D. Landau, E.N. Chết tiết. – M.: Nauka, 1965.
- [9]. Rebu, P; “Độ rung của bê tông”, P. Rebu; làn đường từ tiếng Pháp – M.: Stroyizdat, 1970.