

PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC ROBOT SONG SONG PHẪNG KIỂU TAM GIÁC - TAM GIÁC

KINEMATICS AND DYNAMICS OF A DOUBLE TRIANGULARS PLANAR
PARALLEL ROBOT

Võ Quang Trường, Phan Nguyễn Duy Minh, Trần Ngô Quốc Huy, Nguyễn Phú Sinh
Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật, Đại học Đà Nẵng

TÓM TẮT

Robot song song được sử dụng rộng rãi trong các ứng dụng yêu cầu tốc độ làm việc và độ chính xác cao do nó có độ cứng vững tốt và khối lượng chi tiết chuyển động nhỏ. Tuy nhiên, vấn đề phân tích động học thuận và động lực học robot song song thường rất phức tạp do nó có nhiều ràng buộc vật lý của cơ cấu khép kín nhưng việc giải bài toán động học thuận và động lực học robot lại đóng vai trò rất quan trọng trong thiết kế và điều khiển robot. Trong bài báo này, mô hình động học và động lực học của robot song song phẳng kiểu tam giác - tam giác sẽ được trình bày. Robot này gồm hai tấm phẳng dạng tam giác đều, nối với nhau bởi ba chân robot. Để biết chuyển động của robot, trước tiên bài toán động học và mô hình vận tốc robot sẽ được trình bày. Trong đó, động học thuận robot được phân tích bằng phương pháp giải tích. Sau đó, bài toán động lực học được giải quyết bằng cách áp dụng phương pháp Lagrange. Để chứng minh tính chính xác các kết quả đạt được trong bài báo này, hai phương pháp mô phỏng số và hình học được sử dụng để đánh giá và so sánh.

Từ khóa: Robot song song; Động học; Động lực học; Động học thuận; Mô phỏng.

ABSTRACT

Parallel robots are widely used for precise with high speed applications due to their high stiffness and their low moving masses. However, forward kinematics and dynamics problem of the parallel robots is a challenging task and it plays a crucial role in designing and controlling of the robot. The kinematics and dynamics of the double triangular planar parallel robot is established in this paper. This robot is composed of two triangle platforms connected via three identical legs. Knowing the motion of the platform, the kinematic model and velocity model of this robot is first developed. The forward kinematic model is derived and analyzed by using the analytical method. Further, the Lagrangian equation will be applied to solve the inverse dynamics problem. In order to validate the presented solutions, a series of simulations on the numerical and graphic software is performed to verify the entire analysis of the parallel mechanism.

Keywords: Parallel robot; Kinematics; Dynamics; Forward kinematics; Simulation.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Robot song song là robot có cơ cấu cơ khí khép kín (closed-chain mechanism) gồm một giá đỡ cố định (fixed platform) được nối với tấm phẳng di động (moving platform) qua các chuỗi động học (kinematic chains) hay còn gọi là các chân robot (legs). So với robot nối tiếp, robot song song có kết cấu cứng vững hơn, độ chính xác cao hơn, khả năng tải lớn hơn [1]. Chính vì những ưu điểm này, robot song song đang được sử dụng nhiều hơn trong các ứng dụng công nghiệp và cuộc sống như sử dụng robot song song trong gia công cắt gọt, mô phỏng lái máy bay, hay trong thiết bị y tế [2, 3]. Robot song song phẳng là một dạng đặc biệt của robot song song với ba bậc tự do gồm hai chuyển động tịnh tiến và một chuyển động quay. Đến nay, nhiều kiểu robot song song phẳng khác nhau đã được giới thiệu, và Merlet [4, 5] phân chia các robot này thành 07 nhóm với tên gọi tùy thuộc vào loại khớp sử dụng tại các chân của robot như: RRR, RPR, PRR, RRP, RPP, PRP và PPR. Trong đó, R viết tắt của khớp quay (Revolute), P là viết tắt của khớp tịnh tiến (Prismatic). Ngoài ra, một số kiểu robot song song phẳng khác đã được giới thiệu như Arakelian [6] giới thiệu robot song song phẳng với góc quay quanh trục z lớn hay Zarkandi [7] trình bày robot song song phẳng kiểu ngôi sao - tam giác. Daniali et al. [8] trình bày mô hình robot song song phẳng kiểu tam giác - tam giác. Seo et al. [9] đã đề xuất một kiểu robot mà trong đó tấm phẳng di động có thể chuyển động quay quanh trục z đến 360 độ. Robot song song vẫn luôn được quan tâm và nghiên cứu bởi nhiều nhà khoa học trong nước và trên thế giới, vì bài toán động học, động lực học và điều khiển của robot song song khá phức tạp so với robot nối tiếp. Đặc biệt là phần phân tích động học thuận và động lực học, mỗi kết cấu robot song song đều có phương pháp

phân tích và cách giải bài toán khác nhau. Hầu hết các phương pháp giải bài toán động học thuận hiện nay đều sử dụng phương pháp số gần đúng để tìm nghiệm, do hệ phương trình ràng buộc động học của robot song song luôn là hệ phương trình phi tuyến. Phương pháp số có nhược điểm chính là không phải khi nào chương trình cũng hội tụ và nó không thể tìm được tất cả các nghiệm có thể tồn tại của hệ. Cũng chính vì các robot song song có rất nhiều ràng buộc do cơ cấu cơ khí khép kín nên bài toán động lực học của robot song song cũng là một vấn đề phức tạp và chưa có một phương pháp giải chung nào cho tất cả các loại robot song song. Trong các dạng robot song song phẳng trình bày ở trên, hai kiểu robot ngôi sao - tam giác (sau đây gọi là robot ST - Star Triangular) được đề xuất bởi Zarkandi [7] và robot kiểu tam giác - tam giác (sau đây gọi là robot DT - Double Triangular) được giới thiệu bởi Daniali et al. [8] có đặc điểm chung là phần đế của robot đều có dạng tam giác và tấm đế cố định này được nối với tấm di động bởi ba chuỗi khớp động học T-R-T giống nhau. Đối với robot ST, Zarkandi [7] đã trình bày phân tích động học, mô hình vận tốc, điểm tới hạn và vùng làm việc của robot này. Đến năm 2016, Javad and Mohammad [10] đã trình bày cách giải bài toán động lực học của robot ST. Theo tìm hiểu của nhóm tác giả, bài toán động học thuận và động lực học của robot DT đề xuất bởi Daniali et al. [9] vẫn chưa được nghiên cứu và trình bày. Chính vì vậy, bài báo này trình bày phương pháp phân tích động học và động lực học của robot DT. Để chứng minh phương pháp phân tích bài toán động học và động lực học trình bày trong bài báo này là chính xác, nhóm tác giả đã tiến hành mô phỏng và so sánh kết quả trên hai phần mềm số học Matlab và phần mềm đồ họa chuyên được sử dụng để phân tích và mô phỏng động học - động lực học hệ cơ khí, Adams View. Kết quả từ hai phần mềm đều



giống nhau, qua đó chứng minh được tính đúng đắn của các công thức đã trình bày.

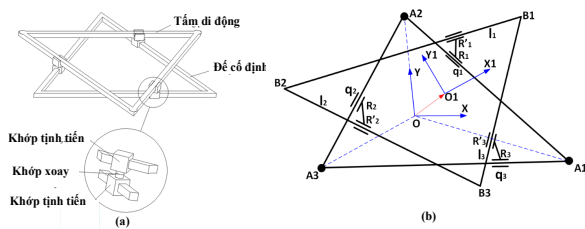
2. PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC ROBOT SONG SONG PHẪNG DT

Robot song song phẳng DT gồm có hai tấm phẳng cố định và di động hình tam giác được nối với nhau bởi ba chuỗi động học TRT như hình 1-a. Để giải bài toán động học robot, chúng ta giả sử đặt một hệ tọa độ Oxyz tại tâm của vòng tròn ngoại tiếp của tam giác cố định $A_1A_2A_3$ và một hệ tọa độ di động $Ox_1y_1z_1$ được đặt tại tâm của vòng tròn ngoại tiếp tấm di động $B_1B_2B_3$ (hình 1-b). Giả sử ba tọa độ của cơ cấu chấp hành là q_i ($i = 1, 2, 3$) tương ứng là khoảng cách từ điểm A_i đến R_i , và tọa độ tịnh tiến của O_1 đối với điểm O là x và y. Góc quay giữa tấm phẳng di động và tấm đế cố định được ký hiệu là θ .

Từ mô hình động học, tọa độ của điểm R_i đối với hệ tọa độ Oxyz là:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}r_a - \frac{1}{2}q_1 \\ -\frac{1}{2}r_a + \frac{\sqrt{3}}{2}q_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}q_2 \\ r_a - \frac{\sqrt{3}}{2}q_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}r_a + q_3 \\ -\frac{1}{2}r_a \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Với r_a là bán kính vòng tròn ngoại tiếp tâm O đi qua ba điểm A_1, A_2 và A_3 .



Hình 1. a) Robot song song phẳng DT; b) Mô hình động học robot DT

Giả sử l_i ($i = 1, 2, 3$) là khoảng cách giữa đỉnh B_i tam giác $B_1B_2B_3$ và tâm của khớp

xoay R'_i . Chúng ta dễ dàng xác định được tọa độ của R'_i đối với hệ tọa độ cố định $O_1x_1y_1z_1$:

$$\mathbf{r}'_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}r_a - l_1 \\ \frac{1}{2}r_a \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}'_2 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}r_a + \frac{1}{2}l_2 \\ \frac{1}{2}r_a - \frac{\sqrt{3}}{2}l_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}'_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}l_3 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}l_3 - r_a \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Bằng phép biến đổi, ta sẽ xác định được tọa độ R'_k đối với hệ tọa độ Oxyz:

$$\mathbf{r}'_i = \mathbf{O}_1 + \mathbf{R}_z(\theta)\mathbf{r}'_i, \quad (3)$$

Trong đó, $\mathbf{R}_z(\theta)$ là ma trận quay quanh trục z một góc θ và $\mathbf{O}_1 = [x, y, 0]^T$ tọa độ của tấm phẳng di động. Bởi vì tọa độ R'_k trên tấm cố định có cùng tọa độ với R'_k theo phương x và y, ta có hệ phương trình ràng buộc như sau:

$$r_{kx} = r'_{kx} \text{ và } r_{ky} = r'_{ky} \quad (4)$$

Bằng cách giải hai hệ phương trình (4), ta dễ dàng xác định được tọa độ của các cơ cấu chấp hành q_i (với $i = 1, 2, 3$) theo các phương trình sau:

$$(s\theta + \sqrt{3}c\theta)q_1 = r_a + (\sqrt{3}r_a - 2x)s\theta + (r_a + 2y)c\theta, \quad (5)$$

$$(s\theta + \sqrt{3}c\theta)q_2 = r_a + (\sqrt{3}r_a + x - \sqrt{3}y)s\theta + (r_a - \sqrt{3}x - y)c\theta, \quad (6)$$

$$(s\theta + \sqrt{3}c\theta)q_3 = r_a + (\sqrt{3}r_a + x + \sqrt{3}y)s\theta + (r_a + \sqrt{3}x - y)c\theta. \quad (7)$$

Để giải bài toán động học thuận, bằng cách biến đổi và rút gọn ba phương trình (5) đến (7), ta tìm được phương trình như sau:

$$(s\theta + \sqrt{3}c\theta)(q_1 + q_2 + q_3) - 3r_a - 3r_a c\theta - 3\sqrt{3}r_a s\theta = 0 \quad (8)$$

Đặt $s\theta = \frac{2t}{1+t^2}$ và $c\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ với $t = \tan \frac{\theta}{2}$, phương trình (8) trở thành:

$$-\sqrt{3}(q_1 + q_2 + q_3)t^2 + 2[(q_1 + q_2 + q_3) - 3\sqrt{3}r_a]t + \sqrt{3}(q_1 + q_2 + q_3) - 6r_a = 0 \quad (9)$$

Sau khi giải phương trình (9), ta tìm được góc quay $\theta = 2 \tan^{-1} t$ thay vào trình (6) và (7), ta xác định được tọa độ của tâm phẳng di động:

$$x_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}\{\sqrt{3}s\theta[(s\theta + \sqrt{3}c\theta)(q_2 + q_3) - 2r_a - 2r_ac\theta - 2\sqrt{3}r_as\theta] + c\theta(s\theta + \sqrt{3}c\theta)(q_2 - q_3)\} \quad (10)$$

$$y_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}s\theta[(s\theta + \sqrt{3}c\theta)(q_2 - q_3)] - \frac{1}{2}c\theta[(s\theta + \sqrt{3}c\theta)(q_2 + q_3) - 2r_a - 2r_ac\theta - 2\sqrt{3}r_as\theta] \quad (11)$$

3. PHÂN TÍCH ĐỘNG LỰC HỌC ROBOT SONG SONG PHẪNG DT

Bằng cách đạo hàm phương trình (5), (6) và (7) theo thời gian, ta sẽ xác định được mô hình vận tốc của robot DT như sau:

$$J_A \times \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sy + \sqrt{3}cy & 0 & 0 \\ 0 & sy + \sqrt{3}cy & 0 \\ 0 & 0 & sy + \sqrt{3}cy \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = J_B \times \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Với:

$$J_B = \begin{bmatrix} J_{B11} & J_{B12} & J_{B13} \\ J_{B21} & J_{B22} & J_{B23} \\ J_{B31} & J_{B32} & J_{B33} \end{bmatrix}$$

$$J_{B11} = -2s\theta; J_{B12} = 2c\theta;$$

$$J_{B13} = -r_as\theta - 2ys\theta - 2xc\theta + \sqrt{3}r_ac\theta - q_1(c\theta - \sqrt{3}s\theta);$$

$$J_{B21} = s\theta - \sqrt{3}c\theta; J_{B22} = -c\theta - \sqrt{3}s\theta;$$

$$J_{B23} = -r_as\theta + \sqrt{3}xs\theta + ys\theta + xc\theta - \sqrt{3}yc\theta + \sqrt{3}r_ac\theta - q_2(c\theta - \sqrt{3}s\theta);$$

$$J_{B31} = s\theta + \sqrt{3}c\theta; J_{B32} = -c\theta + \sqrt{3}s\theta;$$

$$J_{B33} = -r_as\theta + ys\theta + xc\theta + \sqrt{3}yc\theta - \sqrt{3}xs\theta + \sqrt{3}r_ac\theta - q_3(c\theta - \sqrt{3}s\theta).$$

Giả sử gia tốc của tâm di động biểu diễn như sau: $a = [\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\theta}]^T$. Mối quan hệ giữa gia tốc tâm di động và gia tốc cơ cấu chấp hành được xác định dễ dàng bằng cách đạo hàm theo thời gian phương trình vận tốc (12). Từ đó, nhân tử Lagrange được xác định bằng phương trình (15):

$$\lambda = J_C^{-1}(J_D a - F_{ext}) \quad (13)$$

Trong đó, F_{ext} là ngoại lực tác động vào robot.

$$J_D = \begin{bmatrix} m_{PL} & 0 & 0 \\ 0 & m_{PL} & 0 \\ 0 & 0 & I_{PL} + 3I_R \end{bmatrix} \text{ và } J_C = \begin{bmatrix} J_{C11} & J_{C12} & J_{C13} \\ J_{C21} & J_{C22} & J_{C23} \\ J_{C31} & J_{C32} & J_{C33} \end{bmatrix}$$

$$J_{C11} = -2s\theta; J_{C12} = -\sqrt{3}c\theta + s\theta; J_{C13} = \sqrt{3}c\theta + s\theta$$

$$J_{C21} = 2c\theta; J_{C22} = -c\theta - \sqrt{3}s\theta; J_{C23} = -c\theta + \sqrt{3}s\theta$$

$$J_{C31} = -(r_a + 2y)s\theta + (\sqrt{3}r_a - 2x)c\theta - q_1(c\theta - \sqrt{3}s\theta)$$

$$J_{C32} = -(r_a - \sqrt{3}x - y)s\theta + (\sqrt{3}r_a + x - \sqrt{3}y)c\theta - q_2(c\theta - \sqrt{3}s\theta)$$

$$J_{C33} = -(r_a + \sqrt{3}x - y)s\theta + (\sqrt{3}r_a + x + \sqrt{3}y)c\theta - q_3(c\theta - \sqrt{3}s\theta)$$

Sau đó, lực tác động của các cơ cấu chấp hành robot được xác định theo phương trình sau:

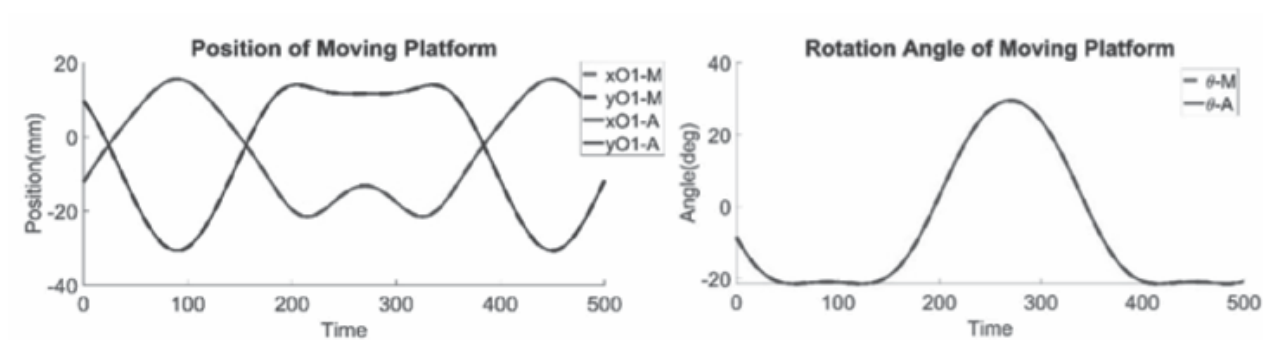
$$F = M \cdot \ddot{q} + N\lambda \quad (14)$$

Trong đó:

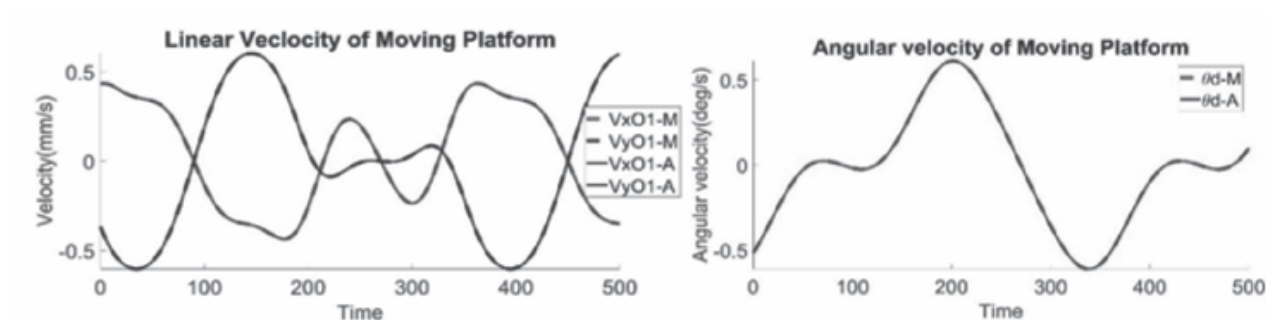
$$M = \begin{bmatrix} m_r + m_{rp} & 0 & 0 \\ 0 & m_r + m_{rp} & 0 \\ 0 & 0 & m_r + m_{rp} \end{bmatrix} \text{ và } N = \begin{bmatrix} s\theta + \sqrt{3}c\theta & 0 & 0 \\ 0 & s\theta + \sqrt{3}c\theta & 0 \\ 0 & 0 & s\theta + \sqrt{3}c\theta \end{bmatrix}$$

4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

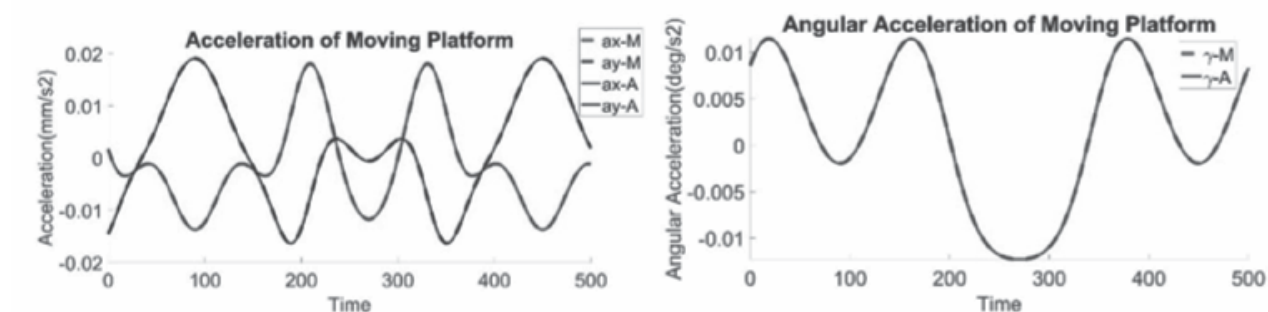
Để đánh giá sự chính xác của kết quả phân tích ở trên, nhóm tác giả sử dụng hai phần mềm để mô phỏng và đánh giá: phần mềm tính toán số học Matlab và phần mềm đồ họa chuyên sử dụng để phân tích động học và động lực học hệ thống cơ khí Adams View. Kết quả mô phỏng từ hai phần mềm trên được thể hiện trên hình 2 đến hình 5. Trong các hình này, đường nét đứt là kết quả từ phần mềm Matlab, còn đường nét liền mảnh là kết quả từ phần mềm Adams View. Qua các hình trên, ta nhận thấy rằng kết quả từ hai phần mềm hoàn toàn trùng khớp, điều đó chứng minh rằng các phương trình tính toán trình bày trong bài báo này là hoàn toàn chính xác. 



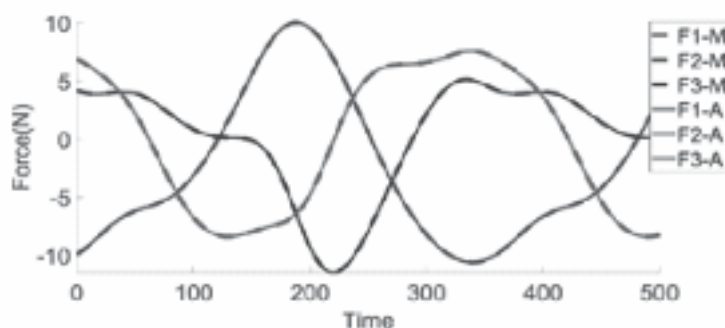
Hình 2. Kết quả mô phỏng động học robot



Hình 3. Kết quả mô phỏng mô hình vận tốc robot



Hình 4. Kết quả mô phỏng mô hình gia tốc robot



Hình 5. Kết quả mô phỏng động lực học robot

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày kết quả phân tích động học và động lực học của robot song song phẳng kiểu tam giác - tam giác. Trong đó, bài toán động học thuận đã được giải quyết bằng phương pháp giải tích, nên kết quả có thể tìm đầy đủ tất cả các nghiệm có thể tồn tại so với phương pháp số thông thường được trình bày trước đây. Bài báo cũng trình bày kết quả phân tích động lực học của robot song song phẳng tam giác - tam giác. Sau đó, các kết quả phân tích đã được kiểm chứng thông qua việc mô phỏng và so sánh kết quả giữa hai phần mềm: phần mềm tính toán số học Matlab và phần mềm đồ họa chuyên mô phỏng động học và động lực học hệ thống cơ khí Adams View. Dựa trên các kết quả so sánh giữa hai phần mềm, chúng ta nhận thấy rằng mô hình động học và động lực học trình bày trong bài báo này là chính xác. ❖

Ngày nhận bài: 05/7/2022

Ngày phản biện: 19/7/2022

Lời cảm ơn:

Nghiên cứu này được tài trợ kinh phí bởi Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật- Đại học Đà Nẵng trong đề tài có mã số T2021-06-13.

Tài liệu tham khảo:

- [1]. López, E.G., Yu, W. & Li, X.; “*Optimum design of a parallel robot using neuro-genetic algorithm*”. J Mech Sci Technol 35, 293–305 (2021).
- [2]. Humaidi, A. J., Najem, H. T., Al-Dujaili, A. Q., Pereira, D. A., Ibraheem, I. K., & Azar, A. T. (2021); “*Social spider optimization algorithm for tuning parameters in PD-like Interval Type-2 Fuzzy Logic Controller applied to a parallel robot*”. Measurement and Control, 54(3-4), 303-323.
- [3]. Harandi, M. R. J., Khalilpour, S. A., Taghirad,
- H. D., & Romero, J. G. (2021); “*Adaptive control of parallel robots with uncertain kinematics and dynamics*”. Mechanical Systems and Signal Processing, 157, 107693.
- [4]. Merlet, J. P.; “*Direct kinematics of planar parallel manipulators*”. Proc. of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, Minnesota, 3744-3749, 1999.
- [5]. Guoning Si, Mengqiu Chu, Zhuo Zhang, Haijie Li, Xuping Zhang; “*Integrating Dynamics into Design and Motion Optimization of a 3-PRR Planar Parallel Manipulator with Discrete Time Transfer Matrix Method*”. Mathematical Problems in Engineering, vol. 2020, Article ID 2761508, 23 pages, 2020.
- [6]. Arakelian, V., Briot, S., Yatsun, S. and Yatsun, A.; “*A New 3-DoF Planar Parallel Manipulator with Unlimited Rotation Capability*”. 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, México, 19-25 June, 2011.
- [7]. Zarkandi, S.; “*Kinematics of a star-triangle planar parallel manipulator*”. Journal of Mechanical Science and Technology 25(12), 3223~3230, 2011.
- [8]. Daniali, M., Zsombor-Murray, H.P. and Angeles, P.J.; “*The kinematics of 3-DoF planar and spherical double-triangular parallel manipulators*”. Computational Kinematics - Solid Mechanics and Its Applications, 28, 153-164, 1993.
- [9]. Seo, T. W., In, W. and Kim, J.; “*A new planar 3-DOF parallel mechanism with continuous 360-degree rotational capability*”. Journal of Mechanical Science and Technology, 23, 3088-3094, 2009.
- [10]. Enferadi, Javad & Tavakolian, Mohammad; “*Lagrangian Dynamics Analysis of a XY-Theta Parallel Robotic Machine Tool*”. Periodica Polytechnica Mechanical Engineering. 61. 107-114. 10.3311/PPme.9368, 2017.