

PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG RIÊNG CỦA TẤM FGM CÓ LỖ RỖNG (FGP) ĐẶT MỘT PHẦN TRÊN NỀN ĐÀN HỒI BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

INVESTIGATION OF FREE VIBRATION OF FGP PLATES PARTIALLY SUPPORTED BY ELASTIC FOUNDATION USING FINITE ELEMENT METHOD

ThS. Nguyễn Thị Dung, ThS. Hoàng Mai Phương

Học viện Kỹ thuật Quân sự

TÓM TẮT

Bài báo sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) dựa trên lý thuyết tấm Mindlin để phân tích dao động tự do của tấm bằng vật liệu cơ tính biến thiên có lỗ rỗng (FGP) được đặt một phần trên nền đàn hồi (EF). Nền đàn hồi là nền Pasternak gồm có độ cứng lò xo k_1 và độ cứng lớp chống cắt k_2 . Vật liệu xốp FGP gồm hai tham số là chỉ số mũ thể tích (k) và hệ số phân bố lỗ rỗng (ζ). Các kết quả tính toán lý thuyết cũng như chương trình tính toán số đã được tác giả so sánh với một số kết quả của các tác giả khác đã được công bố để xác minh độ tin cậy và chính xác. Bên cạnh đó, các tính toán số được thực hiện nhằm đánh giá ảnh hưởng của nền đàn hồi tới dao động tự do của tấm FGP cũng được nghiên cứu và trình bày đầy đủ.

Từ khóa: Phương pháp phần tử hữu hạn FEM; Tấm xốp cơ tính biến thiên; Tấm chữ nhật.

ABSTRACT

The main goal of this article is to use a finite element method (FEM) based on Mindlin plate theory for analyzing the free vibration of the functionally graded porous (FGP) plate partially supported by elastic foundation (EF). The EF is Pasternak foundation model includes spring stiffness (k_1) and shear layer stiffness (k_2). The FGP materials with two-parameter are the power-law index (k) and the porosity volume fraction (ζ) in two cases of even and uneven porosity. Some numerical results in our work are compared with other published to verify accuracy and reliability. Moreover, the effect of the elastic foundation on the free vibration of FGP plates is also fully investigated.

Keywords: FEM; Functionally graded Porous; Elastic foundation; Rectangular plates. 

1. GIỚI THIỆU CHUNG

Tấm trên nền đàn hồi được ứng dụng rất rộng rãi trong thực tế nên thu hút nhiều nhà khoa học trên thế giới tập trung nghiên cứu. Một số công trình nghiên cứu tiêu biểu như Li [1] đã kiểm tra độ rung phi tuyến của các tấm bằng vật liệu cơ tính biến thiên có lỗ rỗng FGP bằng cách sử dụng phương pháp Galerkin và Runge-Kutta bậc 4. Zenkour và cộng sự [2] nghiên cứu lý thuyết tấm biến thiên bốn ẩn số để phân tích độ rung của tấm composite.

Trong bài báo này, các tác giả mở rộng nghiên cứu phần tử tứ giác 8 nút (Q8) kết hợp với lý thuyết tấm Midlin để khảo sát một cách chính xác trường ứng suất, biến dạng và chuyển vị của tấm FGP. Độ chính xác và tin cậy của phương pháp được khẳng định bằng cách so sánh các kết quả số với các công bố trước đây. Hơn nữa, tác giả cũng tiếp tục khảo sát ảnh hưởng của các thông số nền và đặc tính vật liệu lên dao động tự do của tấm FGP.

2. PHƯƠNG TRÌNH CHỦ ĐẠO

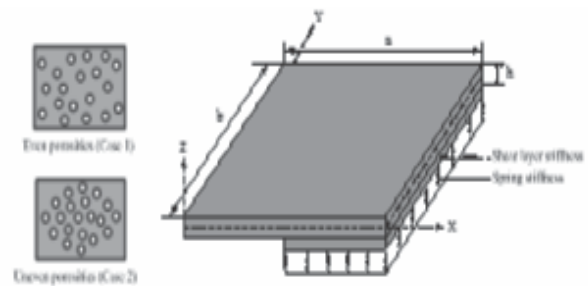
Xét tấm FGP có chiều dài a , chiều rộng b và độ dày h tựa một phần trên nền đàn hồi được thể hiện trong hình 1. Nền đàn hồi nghiên cứu trong bài báo có hai dạng, 1: Nền đàn hồi có dạng hình chữ nhật theo phương thẳng đứng (Hình 2a) và trường hợp 2: Nền đàn hồi là miền chữ nhật theo phương ngang (Hình 2b). Lưu ý: Diện tích nền đàn hồi trong hai trường hợp này bằng nhau.

Vật liệu FGP với sự thay đổi độ dày và sự khác nhau của độ xốp được thể hiện trong công thức [14]: Trường hợp 1:

$$P(z) = P_m + (P_c - P_m) \left(\frac{z}{h} + 0,5 \right)^k - \frac{\xi}{2} (P_c + P_m) \quad (1)$$

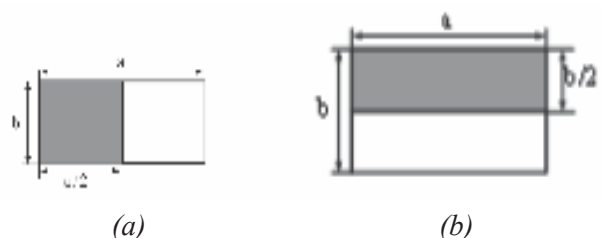
Trường hợp 2:

$$P(z) = P_m + (P_c - P_m) \left(\frac{z}{h} + 0,5 \right)^k - \frac{\xi}{2} (P_c + P_m) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) \quad (2)$$



Hình 1. Tấm FGP tựa một phần trên nền đàn hồi:
(a) Tấm FGP; (b) Phân bố đều;
(c) Phân bố không đều.

Trong đó: P là hàm mô tả ảnh hưởng của tính chất vật liệu, E là modul đàn hồi Young, mật độ khối lượng ρ , hệ số Poisson ν ; k là tỉ lệ thể tích, ξ ($\xi \leq 1$) là thể tích độ xốp; m và c lần lượt là chỉ số mô tả tỉ lệ kim loại và gốm; w là chuyển vị của phần tử tấm dọc theo trục z ; k_1, k_2 lần lượt là độ cứng của lò xo và độ cứng của lớp cắt.



Hình 2. Các dạng nền đàn hồi.

Áp dụng nguyên lý Hamilton, ta thu được phương trình chuyển động có dạng như sau:

$$\mathbf{M}.\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}.\mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (3)$$

Trong đó: $\mathbf{M}$, $\mathbf{k}$, $\mathbf{d}$ tương ứng là ma trận khối lượng tổng thể, ma trận độ cứng tổng thể, vecto lực tổng thể và vecto chuyển vị tổng thể.

3. KIỂM TRA ĐỘ TIN CẬY CỦA PHƯƠNG PHÁP

Trước hết, xét tấm SSSS FGP (TH 2) với tính chất vật liệu được cho trong bảng 1. Độ cứng và tần số dao động của tấm được cho bởi:

$$K_1 = \frac{k_1 a^4}{H_b}; K_2 = \frac{k_1 a^2}{H_b} \text{ với } H_b = \frac{E_b h^3}{12(1-\nu^2)} \text{ và } \omega^* = \frac{\omega a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_b}{E_b}}.$$

Các kết quả của phương pháp hiện tại được so sánh với các công bố được đưa ra trong tài liệu [8] được thể hiện trong bảng 2.

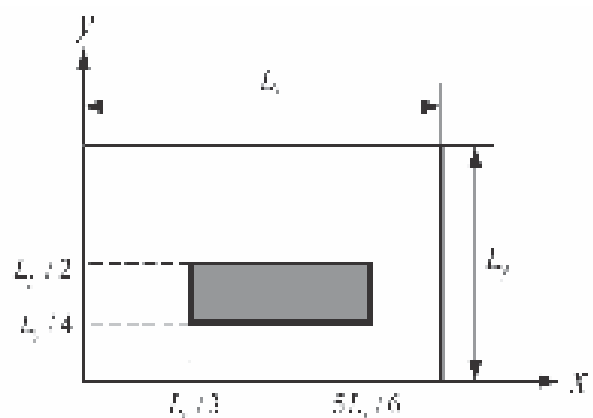
Bảng 1. Đặc trưng cơ học của từng vật liệu:

Vật liệu	E (GPa)	ν	$\rho(\text{kg/m}^3)$
Al ₂ O ₃ (gốm)	380	0.3	3800
Al (kim loại)	70	0.3	2707

Bảng 2. Bảng so sánh tần số dao động tự do của tấm FGP:

(K ₁ , K ₂)	h/a	$\xi = 0$			$\xi = 0.2$		
		Present	[8]	Δ (%)	Present	[8]	Δ (%)
(100, 100)	0.05	15.390	15.439	0.31	16.330	16.320	0.06
	0.10	15.230	15.245	0.09	16.165	16.148	0.11
	0.15	14.968	14.966	0.01	15.919	15.895	0.15
	0.20	14.666	14.640	0.18	15.623	15.595	0.18

Xét tấm tựa một phần trên nền đàn hồi Winkler [9] như trong hình 3. Các tham số gồm có $L_x = 2\text{m}$, $L_y = 1\text{m}$, $h = 0.01\text{m}$, $E = 200\text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, $\text{Kg/m}^3 \rho = 7850\text{Kg/m}^3$. Các tần số dao động tự do của tấm tính bằng phương pháp hiện tại được so sánh với các kết quả trong tài liệu của Motaghian. Các kết quả so sánh này được thể hiện trong bảng 3. Nhận thấy sai số của hai phương pháp nhỏ hơn 2%. Kết quả so sánh ở trên cho phép tin tưởng vào độ chính xác và độ tin cậy của phương pháp cũng như chương trình tính được đề xuất.



Hình 3. Tấm tựa một phần trên nền đàn hồi.

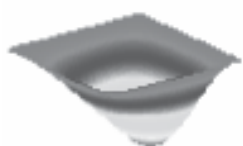
Bảng 3. Tần số dao động riêng của tấm:

Điều kiện biên		SSSS			CCCC		
K_1	ω_i^*	Present	[9]	Δ (%)	Present	[9]	Δ (%)
10	ω_1^*	5.0256	5.003	0.45	10.2650	10.295	0.29
	ω_2^*	8.0390	8.001	0.47	13.2832	13.348	0.49
	ω_3^*	13.0950	13.00	1.73	18.6812	18.782	0.54
	ω_4^*	17.1712	17.00	1.00	26.0202	26.226	0.78
	ω_5^*	20.327	20.00	1.64	30.1920	29.853	1.14

4. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN SỐ

Để khảo sát dao động tự do của tấm FGP, giả sử tấm có kích thước hình học theo tỉ lệ $b/a = 2$ (a không đổi) với các đặc trưng vật liệu được cho trong bảng 1; thể tích lỗ rỗng $\xi = 0.5$, chỉ số thể tích $k = 1$, các hệ số $K_1 = K_2 = 100$. Các tham số khác được lấy như trong phần 3.

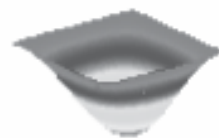
Hình 4, biểu diễn trạng thái tấm FGP trong các trường hợp sự phân bố lỗ rỗng khác nhau và tấm tựa trên các nền đàn hồi khác nhau trong khi hình 5 biểu thị 4 tần số dao động riêng của tấm FGP trong trường hợp 1 với nền đàn hồi được đặt tựa theo chiều rộng. Nhận thấy, với cùng BC và cùng dạng phân bố lỗ rỗng, tần số dao động riêng của tấm FGP đặt trên nền đàn hồi ở trường hợp 1 sẽ lớn hơn khi đặt trên nền đàn hồi trong trường hợp 2. Chúng ta cũng có thể thấy hình dạng của tấm không đối xứng vì độ cứng của mỗi vị trí trên tấm có giá trị khác nhau.



(a) Case 1, Type 1,
 $\omega_1^* = 9.4610$



(b) Case 1, Type 2,
 $\omega_1^* = 6.1065$

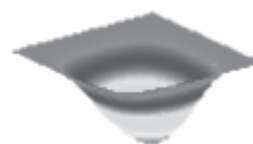


(c) Case 2, Type 1,
 $\omega_1^* = 9.7116$



(d) Case 2, Type 2,
 $\omega_1^* = 8.2783$

Hình 4. Hình dạng tấm với các trường hợp phân bố lỗ rỗng và nền đàn hồi khác nhau.



(a) Mode 1,
 $\omega_1^* = 12.6087$



(b) Mode 2,
 $\omega_2^* = 15.6162$



(c) Mode 3,
 $\omega_3^* = 20.2434$



(d) Mode 4,
 $\omega_4^* = 25.3762$

Hình 5. Bốn tần số dao động riêng đầu tiên của tấm CCCC FGP (TH 1).

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã đưa ra các kết quả nghiên cứu dao động tự do của tấm FGP có một phần

đặt trên nền đàn hồi bằng cách sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn dựa trên lý thuyết tấm của Mindlin. Các kết quả tính toán số của phương pháp hiện tại được so sánh với kết quả của các phương pháp hiện có khác. Từ công thức đề xuất và các kết quả số, ta có một số kết luận sau:

- Tấm FGP đặt trên các nền đàn hồi khác nhau sẽ dẫn tới tần số dao động tự do của tấm thay đổi. Điều này cho thấy, miền tấm đặt tựa trên nền đàn hồi sẽ gây ảnh hưởng đáng kể đến dao động tự do của tấm. Bên cạnh đó, độ cứng và tính chất vật liệu cũng ảnh hưởng rất lớn đến dao động tự do của tấm. Vì vậy, chúng ta có thể điều chỉnh các thông số này nhằm kiểm soát độ rung của các tấm FGP.

- Phương pháp hiện tại có thể được phát triển để khảo sát dao động tự do của tấm FGP một phần đặt trên nền đàn hồi với các hình dạng không đối xứng khác như hình chữ L, vòng cung...❖

Ngày nhận bài: 06/8/2022

Ngày phản biện: 16/8/2022

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Q. Li, D. Wu, X. Chen, L. Liu, Y. Yu, W. Gao, *Nonlinear vibration and dynamic buckling analyses of sandwich functionally graded porous plate with graphene platelet reinforcement resting on Winkler–Pasternak elastic foundation*, International Journal of Mechanical Sciences 148 (2018) 596-610.
- [2]. A. Zenkour, A. Radwan, *Free vibration analysis of multilayered composite and soft core sandwich plates resting on Winkler–Pasternak foundations*, Journal of Sandwich Structures & Materials 20(2) (2018) 169-190.
- [3]. Davood Shahsavari, Maryam Shahsavari, Li Li, Behrouz Karami, (2018), *A novel quasi-3D hyperbolic theory for free vibration of FG plates with porosities resting on Winkler/Pasternak/Kerr foundation*, Aerospace Science and Technology, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.11.004>.
- [4]. Seyedemad Motaghian, Massood Mofid, John E. Akin, *On the free vibration response of rectangular plates, partially supported on elastic foundation*, Applied Mathematical Modelling, 36 (2012) 4473–4482.

