

PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC NGƯỢC RÔ BỐT DELTA 3 BẬC TỰ DO VÀ VÙNG KHÔNG GIAN LÀM VIỆC

INVERSE POSITION KINEMATICS OF ROBOT DELTA 3-DOF AND WORKSPACE ANALYSIS

Lê Thế Truyền, Hồ Thị Mỹ Nữ, Nguyễn Tấn Ken

Khoa Công nghệ Cơ khí, Trường Đại học Công nghiệp Thực phẩm Thành phố Hồ Chí Minh

TÓM TẮT

Rô bốt Delta là rô bốt dạng song song có thể cung cấp chính xác vị trí của đầu cuối làm việc, vì vậy nó được sử dụng rộng rãi trong các ứng dụng gắp/thả sản phẩm trong các dây chuyền sản xuất công nghiệp. Thiết lập động học của rô bốt Delta để làm cơ sở điều khiển chính xác vị trí của đầu làm việc rô bốt là công việc quan trọng. Bài báo trình bày phương pháp xác định động học ngược của rô bốt Delta và các ràng buộc trong thiết kế. Vùng không gian làm việc của rô bốt được tính toán và mô phỏng. Kết quả nghiên cứu của bài báo cho thấy rằng, tập các điểm trong không gian 3D mà đầu làm việc của rô bốt có thể đạt đến phụ thuộc vào các ràng buộc giữa các thông số hình học của các cánh tay rô bốt.

Từ khóa: Rô bốt Delta; Động học ngược; Vùng không gian làm việc; Mô phỏng.

ABSTRACT

Robot Delta is a parallel robot which can provide precise positions of working head, so it is widely used in pick up or drop products in industrial production lines. This paper presents a method to determine the inverse kinematics of robot Delta and its workspace analysis. The simulation results show that the set of points in 3D space that the robot's working head can reach depends on the proposed constraints between the geometric parameters of the robot arms.

Keywords: Robot Delta; Workspace; Simulation; Inverse position kinematics.

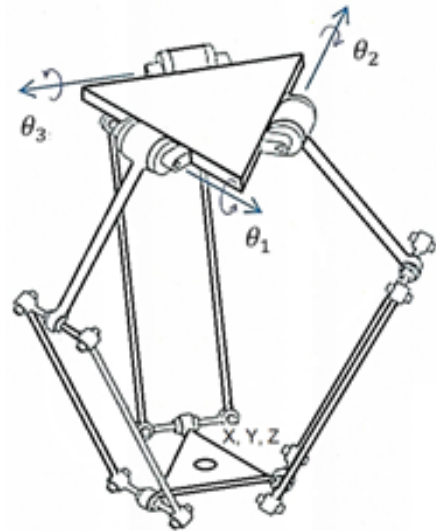
1. GIỚI THIỆU

Thị trường sản xuất hiện nay có tính cạnh tranh rất cao vì vậy các quy trình sản xuất cần cải tiến để nâng cao hiệu quả sản xuất. Thực tế công nghiệp đã chứng tỏ rằng hoạt động của rô bốt mang lại những lợi ích vô cùng to lớn cho các quy trình sản xuất công nghiệp. Do đó, rô bốt công nghiệp ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong các nhà máy sản xuất công nghiệp và rô bốt Delta là một sự lựa chọn tốt vì nó cung cấp đủ sự linh hoạt và đạt độ tin cậy cao. Hiện nay, rô bốt Delta với các kích thước khác nhau được sử dụng rộng rãi và phổ biến trong các nhà máy chế biến thực phẩm, dược phẩm và các nhà máy lắp ráp linh kiện điện tử [1, 2]. Rô bốt Delta được cấu tạo bởi một bộ đỡ cố định liên kết với bộ làm việc di động nhờ các liên kết song song như được trình bày trong hình 1 [3]. Nhờ cấu trúc liên kết này nên bộ làm việc di động luôn song song với bộ cố định. Rô bốt Delta có chi phí rẻ so với khả năng làm việc với tốc độ khá cao nên nó rất phù hợp với hoạt động của các hệ thống đóng gói sản phẩm [4]. Thiết lập động học của rô bốt Delta là việc cần thiết và quan trọng trong việc điều khiển vị trí của đầu làm việc của rô bốt. Bài báo này trình bày động học ngược của rô bốt Delta và giải thuật tính toán động học ngược. Điều kiện ràng buộc nhằm bảo đảm điều kiện vận hành của rô bốt trong vùng không gian cho trước cũng được thiết lập. Trên cơ sở động học của rô bốt đã được xây dựng, vùng không gian hoạt động của rô bốt được phân tích và mô phỏng.

2. ĐỘNG HỌC CỦA RÔ BỐT DELTA

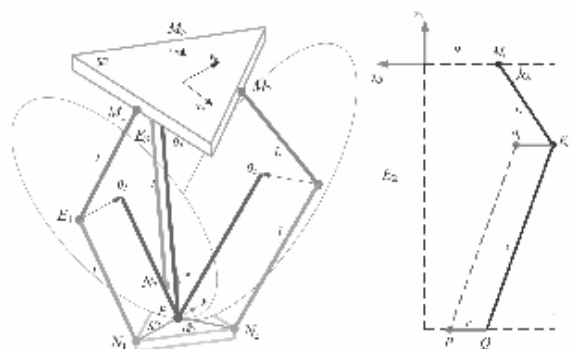
Sơ đồ nguyên lý của rô bốt Delta được trình bày như trong hình 1 [5-7]. Các khớp quay được truyền động bởi các động cơ quay được gắn cố định trên bộ cố định. Các thông số điều khiển đầu vào của rô bốt là các góc quay θ_i , $i =$

1, 2, 3. Trong mô hình này thì θ_i được đo theo chiều quay phải và nó giá trị bằng 0 khi thanh quay nằm trùng với mặt phẳng nằm ngang. Các cơ cấu 4 khâu bản lề của ba liên kết phía dưới đảm bảo chỉ xảy ra chuyển động tịnh tiến theo 3 phương Ox, Oy và Oz của bộ làm việc di động.



Hình 1. Sơ đồ rô bốt Delta

Sơ đồ động học của rô bốt Delta được mô tả trong hình 2. Trong đó, $M_1M_2M_3$ là bộ cố định, $N_1N_2N_3$ là bộ di động. Bộ truyền động cho bộ di động được xem như là chân rô bốt mà trong đó các điểm M_i , $i = 1, 2, 3$ là các điểm bên hông, các điểm E_i , $i = 1, 2, 3$ là các điểm gối và các điểm N_i , $i = 1, 2, 3$ là các điểm gót.



Hình 2. Cấu trúc của rô bốt Delta

Trong cấu trúc rô bốt Delta thì các khớp tại M_i là các khớp quay, còn các khớp tại N_i và E_i là các khớp cầu, $i = 1, 2, 3$. Trong sơ đồ động học của rô bốt Delta được trình bày như trong hình 2, R là khoảng cách các khớp quay đến tâm của bộ cố định và r là khoảng cách của các điểm nối đến tâm của bộ làm việc di động. Xét một nhóm các cánh tay trong mặt phẳng Oxz của rô bốt Delta, tọa độ ba chiều của điểm cuối E_i của thanh nối của cánh tay đòn chủ động có thể có được biểu diễn bởi công thức sau:

$$E_i = [R + L \cos \theta_i \quad 0 \quad L \sin \theta_i]^T \quad (1)$$

Nhờ các ràng buộc cơ khí mà bộ di động của rô bốt Delta chỉ có chuyển động tịnh tuyến. Do đó, điểm P được xác định là giao điểm của 3 hình cầu có các tâm là O_1, O_2 và O_3 , và có bán kính là l như được trình bày trong hình 2. Tâm các hình cầu trong mặt phẳng Oxz được xác định như sau:

$$O_i = [R - r + L \cos \theta_i \quad 0 \quad L \sin \theta_i]^T \quad (2)$$

Đối với hai nhóm liên kết còn lại, phương pháp tương tự có thể được sử dụng để xác định tọa độ của tâm 2 hình cầu còn lại, chỉ cần nhân với phép quay với ma trận biến đổi R ở dạng:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha - \sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Giả thiết các góc lắp đặt của ba chuỗi cánh tay trên đế cố định lần lượt là α_1, α_2 và α_3 , phương trình động học của rô bốt Delta đạt được như sau:

$$\begin{cases} (x - [(R - r) + L \cos \theta_1] \cos \alpha_1)^2 + (y - [(R - r) + L \cos \theta_1] \sin \alpha_1)^2 + (z - L \sin \theta_1)^2 = l^2 \\ (x - [(R - r) + L \cos \theta_2] \cos \alpha_2)^2 + (y - [(R - r) + L \cos \theta_2] \sin \alpha_2)^2 + (z - L \sin \theta_2)^2 = l^2 \\ (x - [(R - r) + L \cos \theta_3] \cos \alpha_3)^2 + (y - [(R - r) + L \cos \theta_3] \sin \alpha_3)^2 + (z - L \sin \theta_3)^2 = l^2 \end{cases} \quad (4)$$

Công thức (4) được đơn giản hóa thành công thức sau:

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = l^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = l^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = l^2 \end{cases} \quad (5)$$

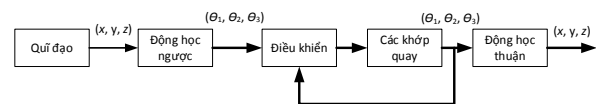
Trong đó:

$$\begin{aligned} x_1 &= [p + L \cos \theta_1] \cos \alpha_1, \quad y_1 = [p + L \cos \theta_1] \sin \alpha_1, \\ z_1 &= L \sin \theta_1, \quad x_2 = [p + L \cos \theta_2] \cos \alpha_2, \quad y_2 = [p + L \cos \theta_2] \sin \alpha_2, \\ z_2 &= L \sin \theta_2, \quad x_3 = [p + L \cos \theta_3] \cos \alpha_3, \\ y_3 &= [p + L \cos \theta_3] \sin \alpha_3, \quad z_3 = L \sin \theta_3, \quad p = R - r. \end{aligned}$$

3. ĐỘNG HỌC NGƯỢC

Động học ngược của rô bốt Delta được mô tả như sau: cho trước giá trị tọa độ ${}^B P = [x \ y \ z]^T$ của điểm đầu cuối (tâm P của bộ làm việc di động) trong hệ trục tọa độ ba chiều Oxyz, xác định các góc quay $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ của các khớp quay. Động học ngược của rô bốt được xây dựng nhằm điều khiển chính xác vị trí của đầu làm việc của rô bốt thông qua các biến số đầu vào. Sơ đồ điều khiển vị trí của rô bốt theo động học ngược có thể được trình bày như trong hình 3. Để điều khiển đầu cuối của rô bốt Delta theo quỹ đạo mong muốn thì tọa độ (x, y, z) của vị trí đầu cuối được sử dụng như là các biến số đầu vào của động học ngược để tính toán các giá trị đầu ra là các góc quay $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Bộ điều khiển có nhiệm vụ điều khiển các góc quay của các khớp để đạt giá trị mong muốn. Để thiết lập các phương trình động học ngược của rô bốt, các công thức (5) được khai triển và đưa nó về dưới dạng [8, 9]:

$$l_i \cos \theta_i + m_i \sin \theta_i = n_i \quad (6)$$



Hình 3. Sơ đồ điều khiển vị trí rô bốt Delta

Trong đó:

$$l_i = 2rL - 2Lx\cos\alpha_i - 2L\sin\alpha_i, \quad m_i = 2Lz, \\ n_i = 2rx\cos\alpha_i - 2ry\sin\alpha_i + x^2 + y^2 + z^2 + L^2 - l^2 + p^2, \\ i = 1, 2, 3.$$

Trong bài báo này, các khớp quay được bố trí theo tam giác đều trên bề mặt cố định, như vậy các góc lắp đặt của cánh tay đòn tác dụng trên đế cố định là $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 2\pi/3, \alpha_3 = 4\pi/3$, tương ứng. Phương trình (6) $l_i \cos\theta_i + m_i \sin\theta_i = n_i$ là phương trình ràng buộc đặc trưng trong mô tả các ràng buộc động học của các dạng rô bốt. Phương trình này được giải theo phương pháp Tangent Half-Angle Substitution.

$$\text{Đặt } t_i = \tan\frac{\theta_i}{2}, \quad \text{vậy } \cos\theta_i = \frac{1-t_i^2}{1+t_i^2} \quad \text{và} \\ \sin\theta_i = \frac{2t_i}{1+t_i^2},$$

Thay các biểu thức trên vào phương trình (6) thì nhận được:

$$l_i \left(\frac{1-t_i^2}{1+t_i^2} \right) + m_i \left(\frac{2t_i}{1+t_i^2} \right) = n_i \quad (7)$$

Giải phương trình (7) sẽ tìm được giá trị t và góc quay của các khớp quay được xác định theo t là:

$$\theta_i = 2\tan^{-1}(t_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

Ba thông số kích thước của rô bốt cần được thiết kế đó là: kích thước l , kích thước L và giá trị $p = R - r$. Giả thiết rằng đầu cuối của rô bốt đang nằm tại điểm $P_k = (x_k, y_k, z_k)$, từ phương trình (4) các biểu thức sau đây là thỏa mãn:

$$\begin{cases} (x_k - [(R-r) + L\cos\theta_1]\cos\alpha_1)^2 + (y_k - [(R-r) + L\cos\theta_1]\sin\alpha_1)^2 \\ + (z_k - L\sin\theta_1)^2 - l^2 = 0 \\ (x_k - [(R-r) + L\cos\theta_2]\cos\alpha_2)^2 + (y_k - [(R-r) + L\cos\theta_2]\sin\alpha_2)^2 \\ + (z_k - L\sin\theta_2)^2 - l^2 = 0 \\ (x_k - [(R-r) + L\cos\theta_3]\cos\alpha_3)^2 + (y_k - [(R-r) + L\cos\theta_3]\sin\alpha_3)^2 \\ + (z_k - L\sin\theta_3)^2 - l^2 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Hệ phương trình (9) cho thấy rằng với các đại lượng đã xác định như $x_k, y_k, z_k, \theta_1, \theta_2,$

θ_3 và $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ thì các kích thước của rô bốt là l, L và p là xác định được. Việc giới hạn số lượng các phương án thiết kế là việc làm thực sự cần thiết. Phương trình (9) có thể được viết lại dưới dạng tổng quát như sau:

$$f(\bar{x}, \bar{q}) = 0 \quad (10)$$

Trong đó, $\bar{x}$ là véc-tơ của tham số vị trí đầu cuối rô bốt (x, y, z) và $\bar{q}$ là véc-tơ của các biến số góc quay của các khớp quay $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$. Lấy đạo hàm phương trình (10) thì nhận được mối liên hệ giữa vận tốc góc của các khớp quay và vị trí đầu cuối của rô bốt như sau:

$$J_x \dot{x} = J_q \dot{q} \quad (11)$$

$$\dot{q} = J_q^{-1} J_x \dot{x} \quad (12)$$

Trong đó:

$$J_x = \text{diag}(z - z_1, z - z_2, z - z_3)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_2 & y - y_2 & z - z_2 \\ x - x_3 & y - y_3 & z - z_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Ma trận Jacobian có thể được trình bày như sau:

$$J_q^{-1} J_x = \begin{bmatrix} \frac{x - p\cos\theta_1}{q_1} & \frac{y - p\sin\theta_1}{q_1} & 1 \\ \frac{x - p\cos\theta_2}{q_2} & \frac{y - p\sin\theta_2}{q_2} & 1 \\ \frac{x - p\cos\theta_3}{q_3} & \frac{y - p\sin\theta_3}{q_3} & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Trong đó, $q_i = -\sqrt{l^2 - (x - p\cos\theta_i)^2 - (y - p\sin\theta_i)^2}, \quad i = 1, 2, 3.$

Khi định thức của các ma trận Jacobian J_x hoặc J_q bằng không thì sẽ xuất hiện các điểm kỳ dị. Khi $\det(J_x) = 0$ thì rô bốt sẽ có nhiều hơn các bậc tự do vốn có, và ngược lại khi $\det(J_q) = 0$ thì rô bốt sẽ mất số bậc tự do vốn có. Vì vậy, để tối ưu vấn đề thiết kế các kích thước của rô bốt Delta thì giải thuật tính toán cần loại bỏ

các giá trị làm cho các định thức của ma trận Jacobian bằng 0. Theo công thức (14) thì định thức của ma trận Jacobian chỉ phụ thuộc hai thông số thiết kế là $p = R - r$ và l . Có thể nhận thấy rằng, định thức của ma trận Jacobian khác 0 khi $p = R - r \neq 0$. Các định thức $\det(J_x) = 0$ và $\det(J_y) = 0$ khi $p = R - r = l$. Dựa vào các điều kiện trên, ràng buộc của các kích thước để vùng làm việc của rô bốt Delta không xuất hiện các điểm kỳ dị được đề xuất bởi nghiên cứu là:

$$R-r > 0, R-r < l \quad (15)$$

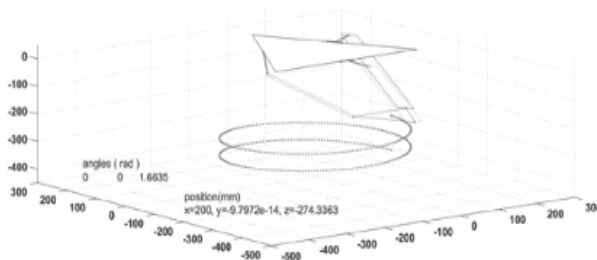
Giải thuật giải động học ngược của rô bốt Delta có thể được trình bày như trong Bảng 1.

Bảng 1. Giải thuật giải động học ngược

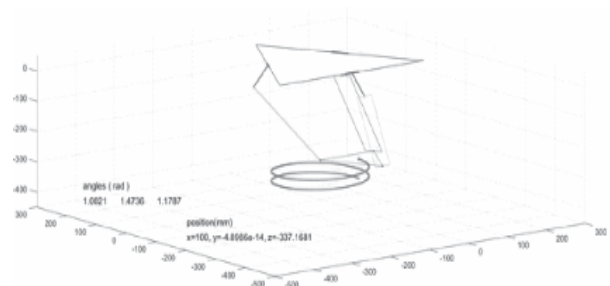
Giải thuật giải động học ngược		
Thông số	Ký hiệu	Phương trình liên quan
Thông số đầu vào	x, y, z	(6)
Thông số tính toán	t_1, t_2, t_3	(7)
Thông số đầu ra	$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	(8)

4. MÔ PHỎNG SỐ

Để chứng minh tính hiệu quả của các phương trình động học ngược đạt được trong bài báo trong việc điều khiển quỹ đạo chuyển động của đầu cuối rô bốt Delta, các mô phỏng số về điều khiển quỹ đạo được thực hiện và kết quả được trình bày như trong hình 4, hình 5 và hình 6.



a) Mô phỏng quỹ đạo của đầu làm việc rô bốt Delta $r = 200 \text{ mm}$



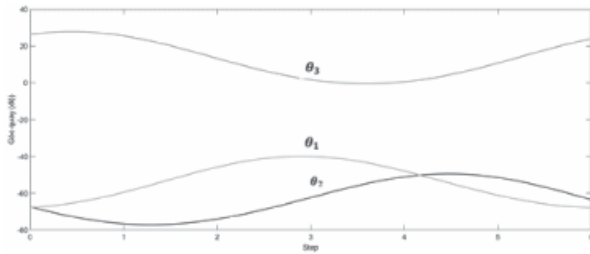
b) Mô phỏng quỹ đạo của đầu làm việc rô bốt Delta $r = 100 \text{ mm}$

Hình 4. Mô phỏng động học ngược rô bốt Delta

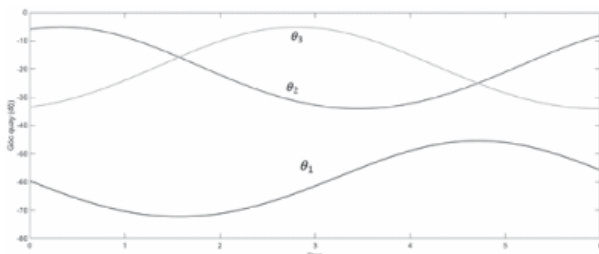
Hình 4a trình bày kết quả mô phỏng điều khiển quỹ đạo của đầu làm việc rô bốt di chuyển theo đường tròn xoắn ốc đều có bán kính $r = 200 \text{ mm}$ và hình 4b với bán kính $r = 100 \text{ mm}$. Kết quả mô phỏng số cho thấy rằng nếu quỹ đạo chuyển động của đầu làm việc của rô bốt thuộc miền không gian có thể hoạt động của rô bốt thì giải thuật tính toán động học ngược được đề xuất bởi bài báo hoàn toàn có thể xác định chính xác được các góc quay tương ứng của các cánh tay rô bốt.

Hình 5 trình bày quỹ đạo của các góc quay $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ để điều khiển đầu cuối của rô bốt di chuyển trên đường tròn có bán kính $r = 20 \text{ mm}$ ở chiều cao $z = -150 \text{ mm}$ có tâm trong mặt phẳng Oxy là O (50 mm, 50 mm). Tương tự, hình 6 trình bày kết quả mô phỏng quỹ đạo của các góc quay $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ để điều khiển đầu cuối của rô bốt di chuyển trên đường tròn có bán kính 20 mm, tâm đường tròn tại gốc tọa độ O (0,0) ở chiều cao $z = -150 \text{ mm}$. Kết quả tính toán động học ngược của rô bốt chứng tỏ rằng trong vùng làm việc của rô bốt, đầu cuối của nó có thể được điều khiển chính xác di chuyển theo quỹ đạo cho trước bằng việc điều khiển các góc quay của 3 khớp quay tương ứng.





Hình 5. Quỹ đạo các góc quay $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ đầu cuối rô bốt di chuyển trên đường tròn có bán kính 20 mm, tâm đường tròn trong mặt phẳng Oxy là O (50 mm, 50 mm) và $z = -150$ mm



Hình 6. Quỹ đạo các góc quay $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ đầu cuối rô bốt di chuyển trên đường tròn có bán kính 20 mm, tâm đường tròn trong mặt phẳng Oxy là O (0 mm, 0 mm) và $z = -150$ mm

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày các ràng buộc thiết kế của các cánh tay rô bốt Delta dựa trên phân tích động học ngược của rô bốt. Các phân tích động học và không gian làm việc được trình bày trong bài báo này có thể mang lại lợi ích lớn cho việc thiết kế, lập kế hoạch quỹ đạo và điều khiển một rô bốt Delta. Đặc biệt, nội dung nghiên cứu của bài báo sẽ giúp các kỹ sư sử dụng các công cụ trực quan để mô hình hóa và giải thích các kết quả đáp ứng của rô bốt Delta dựa trên động học của rô bốt Delta 3 bậc tự do. ❖

Ngày nhận bài: 03/4/2022

Ngày phản biện: 25/4/2022

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Dogan, E. (2010); *Calculations of Delta Parallel Robots Forward and Inverse Kinematics*. Conference on Eskisehir Osmangazi University, 61-65.
- [2]. Merlet, J. P. (2006); *Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots*. Journal of Mechanical Design. 128(1):199-206.
- [3]. T. L. W. J. Tang, X. and D. Sun; “Workspace quality analysis and application for a completely restrained 3-dof planar cable-driven parallel manipulator.”. Journal Of Mechanical Science And Technology, vol. 27, no. 8, pp. 2391–2399, 2013.
- [4]. Callegari, M. and Tarantini, M.; *Kinematic analysis of a novel translational platform*. Trans. ASME, 2003, 125, 308–315.
- [5]. Di Gregorio, R; *Kinematics of the translational 3-URC mechanism*. In Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Como, Italy, 8–11 July 2001, Vol. 1, pp. 147–152.
- [6]. Joshi, S. A. and Tsai, L. W; *Jacobian analysis of limitedDOF parallel manipulators*. ASME J. Mech. Des., 2002, 124(2), 254–258.
- [7]. Romdhane, L., Affi, Z., and Fayet, M.; *Design and singularity analysis of a 3-translational-DOF in-parallel manipulator*. J. Mech. Des., 2002, 124, 419–426.
- [8]. Y. Zhao; “Singularity, isotropy, and velocity transmission evaluation of a three translational degrees-of-freedom parallel robot,”. Robotica, vol. 31, no. 2, pp. 193–202, March 2014.
- [9]. Verdes, D., Sergiu-Dan, S., Milos, M., & Radu, B. (2010); *Mechatronic design, kinematics analysis of a 3 DOF medical parallel robot*. IEEE-ISRCS’10, the 3rd IEEE Symposium on Resilience Control Systems. 3-4.