

NGHIÊN CỨU THIẾT KẾ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN QUAN SÁT CHO CON LẮC NGƯỢC

A STUDY OF DESIGNING OBSERVER CONTROLLER FOR INVERTED PENDULUM

Đỗ Viết Long¹, Phạm Trọng Hòa², Trương Văn Thuận¹

¹Trường Cơ khí, Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

²Khoa Cơ khí, Trường Đại học Giao thông Vận tải

TÓM TẮT

Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu về xây dựng bộ điều khiển quan sát cho con lắc ngược. Một mô hình con lắc ngược và phương trình toán học của cơ hệ được được xây dựng. Từ đó, một bộ điều khiển được xây dựng và mô phỏng trong Matlab/Simulink. Kết quả thu được qua mô phỏng số phản ánh đúng bản chất động lực của cơ hệ, là tiền đề để phát triển nghiên cứu thiết kế bộ điều khiển cho các cơ hệ nhiều bậc tự do.

Từ khóa: Con lắc ngược; Động lực học; Điều khiển tuyến tính.

ABSTRACT

This paper presents a study of designing an observer controller for inverted pendulum. The A configuration of inverted pendulum and governing equations are established. Then, an observer controller is built up and simulated in Matlab/Simulink. The obtained results reflect well the essentials of the mechanism, and it can seem to be a reference for designing controller for more degree of freedom systems.

Keywords: Inverted pendulum; Dynamics; Linear control.

1. GIỚI THIỆU

Con lắc ngược là bài toán kinh điển trong lĩnh vực động lực học và điều khiển. Đây là cơ hệ nền tảng cho rất nhiều ứng dụng trong thực tế như robot bước đi, điều khiển hệ thống treo... Thiết kế bộ điều khiển cho con lắc ngược là chủ đề thu hút sự quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu và các đơn vị ứng dụng. Những kết quả nghiên cứu tiêu biểu có thể kể đến như: Elisa và cộng sự đã sử dụng PID, LQR và MPC nhằm tối ưu điều khiển [1], Petro Morasso và cộng sự

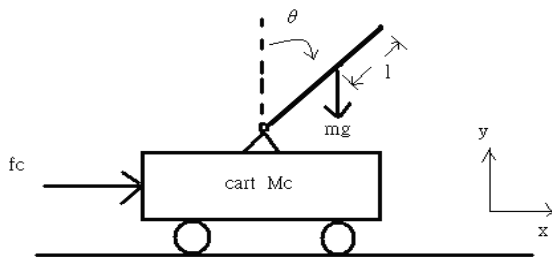
nghiên cứu ổn định của xe con lắc ngược [2], Mohamed Magdy và cộng sự mô hình hệ thống con lắc ngược với bộ điều khiển tối ưu trọng lực, Erick martinez Ramirez nghiên cứu các bộ điều khiển cho con lắc ngược [4]...

Trong nghiên cứu này, các tác giả xây dựng một cấu hình con lắc ngược phẳng. Mô hình toán học được sử dụng để mô tả cơ hệ dưới dạng ma trận trạng thái. Một bộ điều khiển quan sát sẽ được xây dựng để điều khiển hệ thống ổn định. Đây là hệ thống có thể cung

cấp giá trị xấp xỉ trạng thái bên trong của một hệ thống thật cho trước. Phương pháp điều khiển này cho phép kiểm soát được trạng thái vật lý của hệ thống thông qua tín hiệu vào và ra của hệ thống trong thời gian thực. Đây là một phương pháp điều khiển hiện đại trong miền thời gian cho các hệ nhiều tín hiệu vào và ra. Kết quả thu được là nền tảng để phát triển cho những cơ hệ nhiều bậc tự do hơn.

2. CẤU HÌNH CON LẮC NGƯỢC VÀ ĐỘNG LỰC CỦA CƠ HỆ

Hình 1, mô tả cấu hình của con lắc ngược. Đây là cơ hệ có 2 bậc tự do: Chuyển động của xe và chuyển động của con lắc ngược gắn trên xe.



Hình 1. Cấu hình con lắc ngược phẳng

Mục tiêu của bài toán là điều khiển con lắc thẳng bằng (dịch chuyển quanh vị trí cân bằng thẳng đứng với góc θ) thông qua điều khiển chuyển động của xe. Chuyển động quay của con lắc được mô tả bởi công thức:

$$I\ddot{\theta} = Vl \sin \theta - Hl \cos \theta \quad (1)$$

Với I là mô men quán tính của con lắc đối với tâm trọng lực của nó. Chuyển động ngang và dọc của tâm trọng lực được thể hiện bởi các phương trình:

$$m \frac{d^2}{dt^2}(x + l \sin \theta) = H \quad (2)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2}(l \cos \theta) = V - mg \quad (3)$$

Chuyển động của xe theo công thức:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = u - H \quad (4)$$

Thông số của cơ hệ con lắc được liệt kê trong bảng 1:

Bảng 1. Thông số của cơ cấu con lắc ngược:

Khâu	Khối lượng (kg)	Kích thước
Xe	2	/
Con lắc	0.5	$l = 1 \text{ m}$

Phương trình trạng thái của cơ hệ sau khi tuyến tính hóa được thể hiện bởi hệ phương trình:

$$\begin{aligned} Ml\ddot{\theta} &= (M + m)g\theta - u \\ M\ddot{x} &= u - mg\theta \end{aligned} \quad (5)$$

Thay các giá trị từ Bảng 1, hệ phương trình (5) trở thành:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= 12.25\theta - u \\ \ddot{x} &= -2.45\theta + 0.5u \end{aligned} \quad (6)$$

Đặt:

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta, & x_2 &= \dot{\theta}, & x_3 &= x, & x_4 &= \dot{x}; \\ y_1 &= \theta = x_1, & y_2 &= x = x_3 \end{aligned}$$

Thu được hệ phương trình trạng thái dạng:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad (7)$$

Với

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 12.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.45 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN CHO CƠ HỆ CON LẮC NGƯỢC

Trên cơ sở hệ phương trình vi phân, hệ phương trình trạng thái được xây dựng trên, phần này sẽ trình bày quá trình thiết lập bộ điều khiển quan sát cho con lắc ngược. Nghiên cứu thiết kế cực tại giá trị: $s = -4 + j4$, $s = -4 - j4$, $s = -20$, $s = -20$

Phương trình đặc trưng được thể hiện bởi phương trình (7):

$$(s + 4 - j4)(s + 4 + j4)(s + 20)(s + 20) = s^4 + 48s^3 + 752s^2 + 4480s + 12800 \quad (8)$$

Ma trận phản hồi K có dạng $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]$ được xác định qua công thức:

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}| = \begin{vmatrix} s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{vmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 12.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.45 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ -12.25 - 0.5k_1 & s - 0.5k_2 & -0.5k_3 & -0.5k_4 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 2.45 + 0.5k_1 & 0.5k_2 & 0.5k_3 & s + 0.5k_4 \end{vmatrix}$$

Giải hệ phương trình (9) thu được ma trận phản hồi: $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]$
 $= [-4140.7 \ -1010.3 \ -2612.2 \ -914.3]$

Việc xác định ma trận phản hồi quan sát K_e thỏa mãn: $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}}$ với

$$\text{rank}[\mathbf{C}^* \ \mathbf{A}^*\mathbf{C}^*] = \text{rank} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 4$$

Do đó, hệ thống là hoàn toàn quan sát được và có thể tính toán ma trận K_e .

Phương trình đặc trưng cho bộ quan sát trở thành:

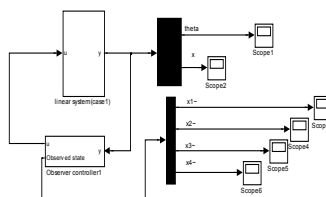
$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}_e\mathbf{C}| = 0 \quad (10)$$

Giải phương trình đặc trưng thu được:

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} 48 & -2068.57 \\ 752 & -9045.74 \\ 1 & 48 \\ 1 & 764.25 \end{bmatrix} \quad (11)$$

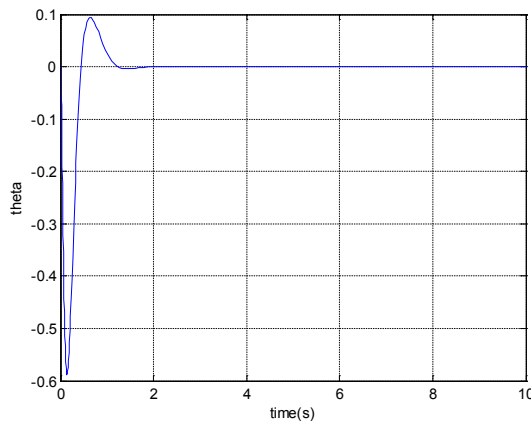
Mô phỏng điều khiển con lắc ngược.

Trên cơ sở ma trận hệ thống mô tả cơ hệ con lắc ngược và bộ điều khiển quan sát đã tính toán, mô hình mô phỏng được thể hiện bởi Hình 2.

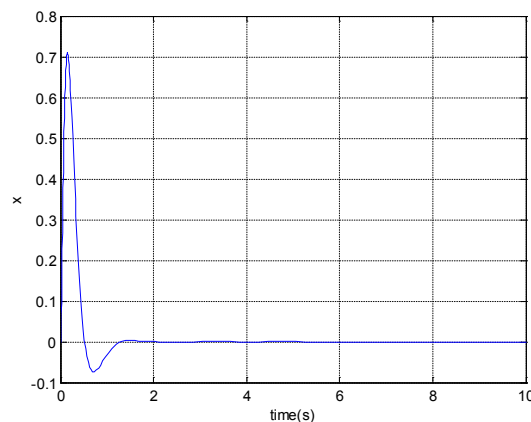


Hình 2. Mô hình mô phỏng điều khiển cơ hệ con lắc ngược

Đáp ứng của cơ hệ được thể hiện trong Hình 3 và Hình 4. Chuyển vị góc θ sau khi dao động đã trở về vị trí cân bằng ổn định ở phương thẳng đứng. Đồng thời, chuyển vị của xe cũng trở lại vị trí ban đầu.



Hình 3. Chuyển vị của góc θ (rad)



Hình 4. Chuyển vị của xe nâng con lắc ngược (m)

Như vậy, bộ điều khiển đã đáp ứng được mục tiêu điều khiển con lắc ngược cân bằng mà bài toán đặt ra. Việc thiết kế bộ điều khiển cho cơ hệ được thực hiện ngay trong miền thời gian, thay vì miền tần số như lý thuyết cổ điển. Với phương pháp này, việc thiết kế bộ điều khiển có thể tiến hành nhanh và dễ dàng thử nghiệm trong Matlab với các giá trị cực lựa chọn cho các hệ thống nhiều tín hiệu vào và ra.

4. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã thực hiện quá trình khảo sát động lực con lắc ngược và xây dựng bộ

điều khiển theo phương pháp hiện đại sử dụng không gian trạng thái thay vì miền Laplace cổ điển. Đáp ứng của hệ thống đáp ứng yêu cầu về điều khiển. Bộ điều khiển quan sát được tính toán nhanh, trực tiếp và mô phỏng trong Matlab để hiển thị nhanh chóng chuyển vị của các bậc tự do. Đây là cơ sở để phát triển, tối ưu bộ điều khiển cho những cơ hệ nhiều bậc tự do, nhiều tín hiệu vào và ra. ❖

Ngày nhận bài: **01/3/2022**

Ngày phản biện: **15/3/2022**

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Elisa Sara Varghese, Anju K Vincent and Bagyaveereswaran V, “*Optimal control of inverted pendulum system using PID controller, LQR and MPC*”, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 263 (2017) 052007.
- [2]. Pietro Morasso¹, Taishin Nomura², Yasuyuki Suzuki² and Jacopo Zenzeri¹, “*Stabilization of a Cart Inverted Pendulum: Improving the Intermittent Feedback Strategy to Match the Limits of Human Performance*”, Frontiers in Human Neuroscience, 05 April 2019.
- [3]. Mohamed Magdya, Abdallah El Marhomya, Mahmoud A. Attia, “*Modeling of inverted pendulum system with gravitational search algorithm optimized controller*”, Ain Shams Engineering Journal, Volume 10, Issue 1, March 2019, Pages 129-149.
- [4]. Erick martinez Ramirez, “*Study and design of the control*”
- [5]. system of an inverted pendulum”, *Final Degree Project – Report, Polytechnic University of Catalonia (UPC), Terrassa School of Industrial, Aerospace and Audiovisual Engineering*, January 2018.
- [6]. Matlab/Simulink user functions, <http://www.mathworks.com>, (2016).