

KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ CÓ THAM SỐ, MỘT MẪU TRONG ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY CỦA PHƯƠNG TIỆN ĐƯỜNG SẮT

PARAMETRIC HYPOTHESIS TESTS BASED ON A SINGLE SAMPLE IN RAILWAY VEHICLE RELIABILITY ASSESSMENT

ThS. Nguyễn Đức Toàn, GS, TS. Đỗ Đức Tuấn
Trường Đại học Giao thông Vận tải

TÓM TẮT

Trong quá trình đánh giá độ tin cậy, các đặc trưng của mẫu, ngoài việc sử dụng để ước lượng các đặc trưng của tổng thể, còn được dùng để đánh giá xem một giả thuyết nào đó của tổng thể là đúng hay sai. Bài toán kiểm định giả thuyết thống kê là một bài toán lớn và quan trọng của thống kê toán học, được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực. Tuy nhiên, việc ứng dụng các phương pháp này trong đánh giá độ tin cậy của các đối tượng cơ khí nói chung và phương tiện đường sắt nói riêng cho từng trường hợp cụ thể, còn ít được đề cập.

Trên cơ sở lý thuyết phương pháp kiểm định giả thuyết thống kê có tham số, một mẫu đã tiến hành xây dựng các chương trình tính toán tương ứng và ứng dụng các phương pháp đó cho một số bài toán cụ thể trong quá trình đánh giá độ tin cậy của phương tiện đường sắt.

Từ khóa: Kiểm định giả thuyết; Một mẫu; Đánh giá độ tin cậy; Phương tiện đường sắt; Chương trình tính toán.

ABSTRACT

In reliability assessment, sample characteristics are used not only to estimate population characteristics but also to evaluate whether a certain hypothesis of the population is true or false. Statistical hypothesis tests are major problems of mathematical statistics, widely applied in many fields. Nevertheless, the application of these methods to assess mechanical object reliability in general and railway vehicles in particular for specific cases has been less studied.

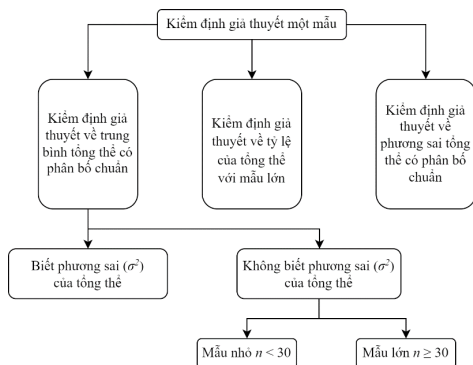
Based on the theory of parametric statistical hypothesis testing methods with a single sample, the corresponding calculation programs have been built and the methods have been applied to solve several specific problems in the railway vehicle reliability assessment.

Keywords: Hypothesis testing; Single sample; Reliability assessment; Railway vehicle; Calculation program.

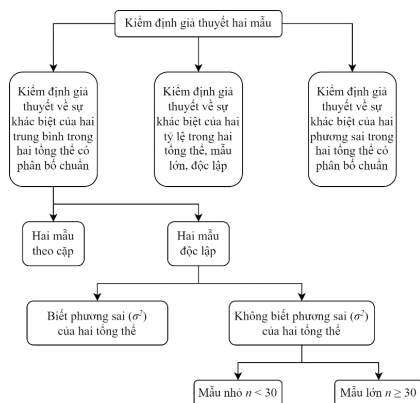
1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Từ nhiều nguồn tài liệu khác nhau [1-8], ta thấy rằng có hai loại giả thuyết thống kê, đó là giả thuyết thống kê có tham số và giả thuyết thống kê phi tham số. Kiểm định giả thuyết thống kê tham số được phân ra: kiểm định giả thuyết một mẫu và kiểm định giả thuyết hai mẫu. Mặt khác, trong mỗi phép kiểm định lại phân ra: kiểm định một phía (phía trái hoặc phía phải) và kiểm định hai phía. Sơ đồ tổng quát về kiểm định giả thuyết thống kê tham số được thể hiện trên các hình 1 và 2.

Trong bài báo này chỉ giới thiệu một số phương pháp kiểm định giả thuyết thống kê có tham số, một mẫu.



Hình 1. Sơ đồ tổng quát về kiểm định giả thuyết một mẫu



Hình 2. Sơ đồ tổng quát về kiểm định giả thuyết hai mẫu

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT VỀ KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ CÓ THAM SỐ, MỘT MẪU

2.1. Kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn

2.1.1. Khi biết phương sai σ^2 của tổng thể

Khi một mẫu ngẫu nhiên gồm n phần tử từ một tổng thể có phân bố chuẩn với trung bình μ và độ lệch chuẩn là σ , còn trung bình của mẫu là $\bar{x}$, thì khi kiểm định ở mức ý nghĩa α , có các trường hợp kiểm định như sau.

Quy trình tổng quát của kiểm định:

1) Nhận định tình hình của tham số tổng thể muốn làm kiểm định.

2) Đặt giả thuyết “không” H_0 và giả thuyết đối (đối thuyết) H_1 về tham số tổng thể, tùy theo nhận định ở bước 1 mà đặt giả thuyết một phía hoặc giả thuyết hai phía:

$$\text{- Phía phải: } \begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$$

$$\text{- Phía trái: } \begin{cases} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$$

$$\text{- Hai phía: } \begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

3) Xác định mức ý nghĩa (hay sai lầm loại 1) của bài toán kiểm định là α .

4) Tính toán giá trị kiểm định theo công thức:

$$Z_u = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}, \quad (1)$$

5) Xem xét bác bỏ giả thuyết H_0

- Kiểm định phía phải: $Z_{tt} > Z_\alpha$;
- Kiểm định phía trái: $Z_{tt} < -Z_\alpha$;
- Kiểm định hai phía: $Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$.

Trong đó:

μ – Trung bình của tổng thể;

μ_0 – Trung bình của tổng thể tương ứng

với một giá trị cụ thể nào đó cần kiểm định với giả thuyết H_0 ;

$\bar{x}$ – Trung bình của mẫu;

σ – Độ lệch chuẩn của tổng thể;

n – Số lượng mẫu (kích thước mẫu);

Z_{tt} – Giá trị hàm phân bố chuẩn chuẩn

hóa tính toán;

Z_α – Giá trị hàm phân bố chuẩn chuẩn hóa ở mức ý nghĩa (xác suất nhầm loại 1) là α ;

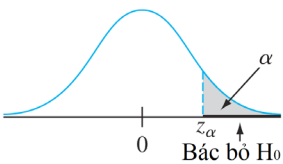
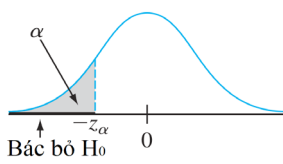
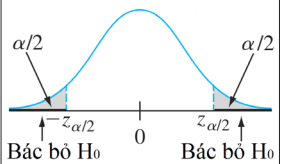
$Z_{\alpha/2}$ – Giá trị hàm phân bố chuẩn chuẩn hóa ở mức ý nghĩa (xác suất nhầm loại 1) là $\alpha/2$.

Các giá trị Z_α và $Z_{\alpha/2}$ được xác định thông qua tra bảng phân bố chuẩn chuẩn hóa lần lượt theo các giá trị của α và $\alpha/2$.

6) Kết luận về bài toán kiểm định

Các trường hợp kiểm định được thể hiện trong bảng 1 [1-8].

Bảng 1. Các trường hợp kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi biết phương sai của tổng thể

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Đặt giả thuyết	$\begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$Z_{tt} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$Z_{tt} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$Z_{tt} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$Z_{tt} > Z_\alpha$	$Z_{tt} < -Z_\alpha$	$Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$
4	Miền bác bỏ H_0	$W_\alpha = (Z_\alpha; +\infty)$	$W_\alpha = (-\infty; -Z_\alpha)$	$W_\alpha = (-\infty; -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}; +\infty)$
5	Biểu đồ minh họa			

2.1.2. Khi không biết phương sai σ^2 của tổng thể

Khi một mẫu ngẫu nhiên gồm n phần tử từ một tổng thể có phân bố chuẩn với trung bình μ , nếu trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu lần lượt là $\bar{x}$ và s , và kiểm định ở mức ý nghĩa α thì có các trường hợp kiểm định như sau.

a. Khi cỡ mẫu lớn $n \geq 30$

Vẫn sử dụng công thức Z_{tt} (1) nhưng thay độ lệch chuẩn tổng thể σ bằng độ lệch chuẩn của mẫu s [1-8] (bảng 2).

Bảng 2. Các trường hợp kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi không biết phương sai của tổng thể, cỡ mẫu lớn

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Đặt giả thuyết	$\begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$Z_{tt} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$	$Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$	$Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$

b. Khi cỡ mẫu nhỏ $n < 30$

Sử dụng biến ngẫu nhiên t với $(n - 1)$ bậc tự do thay cho biến ngẫu nhiên Z , đồng thời, thay độ lệch chuẩn tổng thể σ bằng độ lệch chuẩn mẫu s . Các giá trị $t_{n-1, \alpha}$ và $t_{n-1, \alpha/2}$ được xác định thông qua tra bảng phân bố Student theo bậc tự do $n - 1$ và lần lượt các giá trị của α và $\alpha/2$ [1-8] (bảng 3). 

Bảng 3. Các trường hợp kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi không biết phương sai của tổng thể, cỡ mẫu nhỏ

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Đặt giả thuyết	$\begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$t_u = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$t_u > t_{n-1, \alpha}$	$t_u < -t_{n-1, \alpha}$	$t_u > t_{n-1, \alpha/2}$ hoặc $t_u < -t_{n-1, \alpha/2}$

2.2. Kiểm định giả thuyết về tỷ lệ của tổng thể với mẫu lớn

Trong thực tế, có những lúc cần kiểm định giả thuyết về tỷ lệ p nào đó của các phần tử trong một tổng thể. Một mẫu ngẫu nhiên có thể được chọn từ tổng thể. Giả sử khi cỡ mẫu đủ lớn (cả np và $n(1-p) \geq 5$), phân bố của tỷ lệ mẫu xấp xỉ phân bố chuẩn, khi đó để thực hiện kiểm định nhằm đánh giá mức độ khác biệt giữa tỷ lệ mẫu $\bar{p}$ và tỷ lệ tổng thể được giả thuyết là p_0 , tiến hành tính toán giá trị kiểm định theo công thức:

$$Z_u = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \quad (2a)$$

Trong đó:

p – Tỷ lệ của tổng thể;

$\bar{p}$ – Tỷ lệ của mẫu;

p_0 – Giá trị cụ thể nào đó của tỷ lệ p cần kiểm định.

Vì là giả định $p = p_0$ nên dùng p_0 thay thế vào mẫu số của công thức như một cách tính xấp xỉ:

$$Z_u = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}, \quad (2b)$$

Quyết định bác bỏ hay không bác bỏ H_0 theo quy tắc:

+ Với kiểm định phía phải: Bác bỏ H_0 khi $Z_{tt} > Z_{\alpha}$;

+ Với kiểm định phía trái: Bác bỏ H_0 khi $Z_{tt} < -Z_{\alpha}$;

+ Với kiểm định hai phía: Bác bỏ H_0 khi $Z > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z < -Z_{\alpha/2}$.

Các dạng kiểm định giả thuyết về tỷ lệ của tổng thể với mẫu lớn được cho trong bảng 4 [1-8].

Bảng 4. Các trường hợp kiểm định giả thuyết về tỷ lệ của tổng thể với mẫu lớn

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thiết	$\begin{cases} H_0: p \leq p_0 \\ H_1: p > p_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: p \geq p_0 \\ H_1: p < p_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: p = p_0 \\ H_1: p \neq p_0 \end{cases}$
2	Kiểm định	$Z_u = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$Z_{tt} > Z_\alpha$	$Z_{tt} < -Z_\alpha$	$Z_{tt} > Z_{\alpha/2}$ hoặc $Z_{tt} < -Z_{\alpha/2}$

2.3. Kiểm định giả thuyết về phương sai của tổng thể có phân bố chuẩn

Khi một mẫu ngẫu nhiên với n phần tử được quan sát từ một tổng thể có phân bố chuẩn với phương sai σ^2 , nếu phương sai mẫu là s^2 , σ_0 là một giá trị cụ thể nào đó của phương sai cần kiểm định ở mức ý nghĩa α . Các giá trị $\chi^2_{n-1,\alpha}$, $\chi^2_{n-1,1-\alpha}$, $\chi^2_{n-1,\alpha/2}$ và $\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}$ được xác định thông qua tra bảng phân bố khi bình phương (χ^2) theo bậc tự do $n-1$ và lần lượt các giá trị α , $1-\alpha$, $\alpha/2$ và $1-\alpha/2$. Các trường hợp kiểm định được thể hiện trong bảng 5 [1-8].

Bảng 5. Các trường hợp kiểm định giả thuyết về phương sai của tổng thể có phân bố chuẩn

TT	Nội dung	Dạng kiểm định		
		1	2	3
		Phía phải	Phía trái	Hai phía
1	Giả thuyết	$\begin{cases} H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$
2	Kiểm định	$\chi^2_u = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$		
3	Quyết định bác bỏ H_0 khi	$\chi^2_{tt} > \chi^2_{n-1,\alpha}$	$\chi^2_{tt} < \chi^2_{n-1,1-\alpha}$	$\chi^2_{tt} > \chi^2_{n-1,\alpha/2}$ hoặc $\chi^2_{tt} < \chi^2_{n-1,1-\alpha/2}$



3. KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ TRONG ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY CỦA PHƯƠNG TIỆN ĐƯỜNG SẮT

3.1. Xây dựng các chương trình tính toán

Trên cơ sở lý thuyết trình bày trong mục 2, bằng ngôn ngữ lập trình Java, đã xây dựng được 05 chương trình tính toán tương ứng sau đây.

1) Chương trình kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi biết phương sai σ^2 của tổng thể.

2) Chương trình kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi không biết phương sai σ^2 của tổng thể, mẫu lớn $n \geq 30$.

3) Chương trình kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi không biết phương sai σ^2 của tổng thể, mẫu nhỏ $n < 30$.

4) Chương trình kiểm định giả thuyết về tỷ lệ của tổng thể với mẫu lớn.

5) Chương trình kiểm định giả thuyết về phương sai của tổng thể có phân bố chuẩn.

3.2. Ứng dụng một số bài toán kiểm định giả thuyết thống kê có tham số, một mẫu

Bằng các chương trình đã xây dựng, tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê với 05 loại bài toán kiểm định tương ứng, được ký hiệu một cách quy ước là 1M1, 1M2, 1M3, 1M4 và 1M5. Vì khuôn khổ bài báo có hạn, dưới đây chỉ đơn cử hai loại bài toán là 1M1 và 1M5.

3.2.1. Bài toán kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi biết phương sai σ^2 của tổng thể

* Bài toán 1M1

Một dây chuyền sản xuất lò xo tròn tại một nhà máy chế tạo toa xe, nếu sản xuất ổn định thì khối lượng của các lò xo này có phân bố chuẩn với $\mu_0 = 5$ kg và độ lệch chuẩn $\sigma = 0,1$ kg. Một cán bộ kiểm tra chất lượng sản phẩm (KCS) cho rằng, có sự gia tăng về khối lượng trung bình μ của các lò xo được sản xuất ra, với độ lệch chuẩn σ không thay đổi. Để làm sáng tỏ điều này, người ta chọn ngẫu nhiên một mẫu gồm 16 lò xo để kiểm tra và đã xác định được khối lượng trung bình là $\bar{x} = 5,038$ kg. Hãy kiểm định giả thuyết H_0 cho rằng giá trị trung bình của toàn bộ các lò xo được sản xuất ra của nhà máy có khối lượng tối đa là 5 kg ở mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ và $\alpha = 0,1$.

Lưu đồ thuật toán của chương trình thể hiện trên hình 3.



Hình 3. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về trung bình tổng thể có phân bố chuẩn khi biết phương sai của tổng thể

Quá trình kiểm định:

1) Đặt giả thuyết: $\begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 = 5 \\ H_1 : \mu > \mu_0 = 5 \end{cases}$, đây là kiểm định phía phải.

2) Kiểm định giả thuyết:

a. Nhập số liệu vào chương trình.

b. Tính toán kiểm nghiệm.

Kết quả tính toán với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ thể hiện trên giao diện hình 4a; với mức ý nghĩa $\alpha = 0,1$ trên hình 4b.

Hình 4a. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định bài toán 1M1

Hình 4b. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định bài toán 1M1

3) Kết luận:

- Trường hợp 1:

Khi $\alpha = 5\%$ thì $Z_{tt} = 1,52 < Z_{\alpha} = 1,645$, do đó không có cơ sở bác bỏ giả thuyết H_0 , hay nói khác, với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$, khối lượng trung bình thực tế của các lò xo trong tổng thể tối đa là 5 kg.

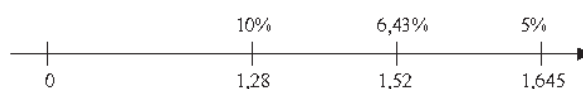
- Trường hợp 2:

Khi $\alpha = 10\%$ thì $Z_{tt} = 1,52 > Z_{\alpha} = 1,282$, do đó bác bỏ giả thuyết H_0 , hay nói khác, với mức ý nghĩa $\alpha = 0,1$, khối lượng trung bình thực tế của các lò xo trong tổng thể là lớn hơn 5 kg.

Đến đây xuất hiện một vấn đề, là ở mức ý nghĩa nào giữa 5% và 10% thì giả thuyết H_0 bị bác bỏ. Giá trị tại mức đó được gọi là giá trị p (p value: probability value). Giá trị p là mức ý nghĩa α nhỏ nhất mà ở đó giả thuyết H_0 bị bác bỏ.

Như tính toán ở trên $Z_{tt} = 1,52$, như vậy giả thuyết H_0 bị bác bỏ ở bất cứ giá trị nào của α mà ở đó Z_{α} nhỏ hơn 1,52. Cụ thể, cần tìm giá trị p trong trường hợp $Z_{tt} = Z_{\alpha} = 1,52$. Với $Z_{\alpha} = 1,52$, ta được $\alpha = 0,0643$ hay $\alpha = 6,43\%$.

Điều này cho phép suy luận rằng giả thuyết H_0 có thể bị bác bỏ ở bất kỳ giá trị α nào lớn hơn 6,43%, bởi vì khi $\alpha > 6,43\%$ thì $Z_{\alpha} = 1,52$ nằm trong vùng bác bỏ giả thuyết (hình 4c).



Hình 4c. Sơ đồ miền bác bỏ giả thuyết H_0

3.2.2. Bài toán kiểm định giả thuyết về phương sai của tổng thể có phân bố chuẩn

* Bài toán 1M5

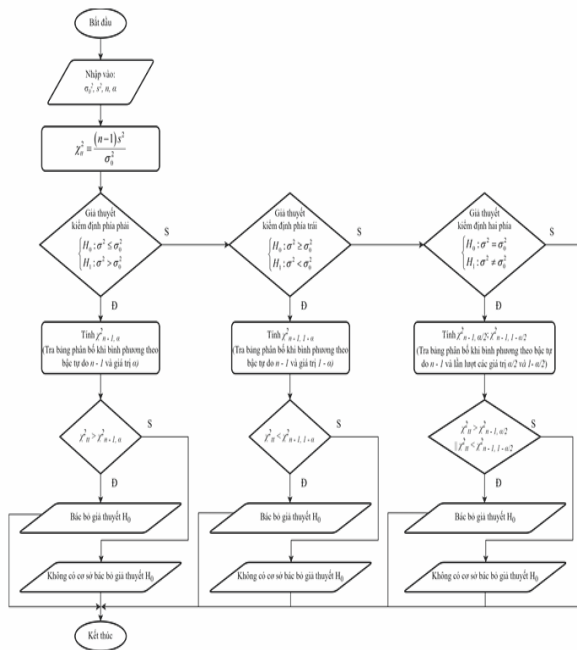
Tại một Xí nghiệp đầu máy, phương sai của hàm lượng tạp chất cơ học trong dầu bôi

trộn động cơ của một loại dầu máy diesel được quy định theo tiêu chuẩn là không vượt quá 0,4% ($\sigma^2 \leq 0,4\%$). Người ta tiến hành lấy ngẫu nhiên 20 mẫu dầu và đem phân tích hàm lượng tạp chất. Sau khi xử lý số liệu thí nghiệm, người ta xác định được phương sai về hàm lượng tạp chất của các mẫu dầu là 0,562%. Hãy kiểm định giả thuyết H_0 ở mức ý nghĩa $\alpha = 0,1$ rằng phương sai hàm lượng tạp chất trong dầu bôi trơn của tổng thể không vượt quá 4%.

1) Đặt giả thuyết:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 \leq 0,4 \\ H_1 : \sigma^2 > 0,4 \end{cases}, \text{ đây là kiểm định bên phải.}$$

Lưu đồ thuật toán của chương trình thể hiện trên hình 5.



Hình 5. Lưu đồ thuật toán kiểm định giả thuyết về phương sai của tổng thể có phân bố chuẩn

2) Kiểm định giả thuyết:

a. Nhập số liệu vào chương trình.

b. Tính toán kiểm nghiệm.

Kết quả tính toán thể hiện trên giao diện hình 6.

Hình 6. Giao diện hiển thị kết quả kiểm định giả thuyết bài toán 1M5

3) Kết luận:

Ở mức ý nghĩa $\alpha = 0,1$, số liệu không đủ bằng chứng để bác bỏ giả thuyết H_0 cho rằng phương sai của hàm lượng tạp chất trong dầu bôi trơn động cơ diesel tối đa là 0,4%.

4. KẾT LUẬN

Trên cơ sở lý thuyết của phương pháp kiểm nghiệm giả thuyết thống kê có tham số một mẫu, đã xây dựng được 05 chương trình tính toán và ứng dụng các chương trình đó cho việc đánh giá độ tin cậy của phương tiện đường sắt thông qua các bài toán cụ thể. Các chương trình đã xây dựng có giao diện thuần Việt, thân thiện, dễ sử dụng, cho phép tính toán với các thông số đầu vào đa dạng, cho kết quả một cách nhanh chóng và tin cậy.

Các nội dung về kiểm định có tham số, hai mẫu sẽ được trình bày trong các nghiên cứu tiếp theo.

Lời cảm ơn:

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông Vận tải trong đề tài mã số T2023-CK-005.❖

Ngày nhận bài: **26/5/2023**

Ngày phản biện: **10/6/2023**

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Tổng Đình Quỳ (2007); *Giáo trình xác suất thống kê*, NXB. Bách Khoa – Hà Nội.
- [2]. Nguyễn Thống (1998); *Phương pháp định lượng trong quản lý*, NXB. Thống kê.
- [3]. Nguyễn Thống (2001); *Thống kê ứng dụng trong quản lý kỹ thuật*, Trường Đại học Bách khoa, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh.
- [4]. Nguyễn Cao Văn, Trần Thái Ninh (2004); *Giáo trình lý thuyết xác suất và thống kê toán*. NXB. Thống kê, Hà Nội.
- [5]. Soong T. T, (2004); *Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers*. Wiley, The United States.
- [6]. Moore D. S., McCabe G. P, Craig B. A. (2016); *Introduction to the Practice of Statistics*. W. H. Freeman, The United States.
- [7]. Rice J. A. (2006); *Mathematical Statistics and Data Analysis*. Cengage Learning, The United States.
- [8]. Papoulis A. (1989); *Probability and Statistics*. Pearson, The United Kingdom.