

MÔ HÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CẦN TRỤC ỐNG LỒNG CÓ KỂ ĐẾN BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

DYNAMIC MODEL OF TELESCOPIC BOOM CRANE CONSIDERING ELASTIC DEFORMATION

ThS. **Bùi Đức Nho**¹, GS, TS. **Chu Văn Đạt**², TS. **Lê Văn Dưỡng**^{2*}

¹Viện Kỹ thuật Cơ giới Quân sự, Tổng cục Kỹ thuật

²Viện Cơ khí Động lực, Học viện Kỹ thuật Quân sự

TÓM TẮT

Bài báo xây dựng mô hình động lực học (ĐLH) cần trục thủy lực ống lồng có kể đến biến dạng cần. Phương pháp hệ quy chiếu đồng hành với các xấp xỉ Ritz - Galerkin được sử dụng để xây dựng mô hình và hệ phương trình vi phân mô tả ĐLH của cơ hệ. Trên cơ sở mô hình đã xây dựng, tiến hành khảo sát một số thông số động lực học của cần trục thủy lực ống lồng khi chỉ có cơ cấu nâng làm việc.

Từ khóa: Cần trục thủy lực ống lồng; Biến dạng cần; Động lực học cần trục.

ABSTRACT

The paper constructs a dynamic model (DM) of a telescopic hydraulic boom crane that takes into account the deformation of the boom. The co-rotational projection method with Ritz-Galerkin approximations is used to construct the model and the system of differential equations describing the DM of the system. Based on the constructed model, some dynamic parameters of the telescopic hydraulic boom crane are investigated when only the lifting mechanism is working.

Keywords: Telescopic hydraulic crane; Displacements of the boom; Dynamic of the cranes.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Cần trục thủy lực ống lồng là thiết bị nâng-vận chuyển vật có nhiều ưu điểm về kích thước, tải trọng và độ an toàn nên được sử dụng ngày càng phổ biến trong các lĩnh vực khác nhau. Nghiên cứu ĐLH của cần trục là một vấn đề phức tạp và đã có nhiều công bố khoa học về vấn đề này [1-3]. Đã có một số công bố nghiên cứu về ĐLH cần trục thủy lực ống lồng có kể

đến biến dạng cần, tuy nhiên, các nghiên cứu này chỉ xét đến vật nâng là tải cố định tại đầu cần mà chưa xét đến quá trình làm việc của cần trục (nâng hạ và di chuyển vật) [4-6].

Trong bài báo này, tác giả tiến hành xây dựng mô hình ĐLH của cần trục ống lồng có kể đến biến dạng cần trong quá trình làm việc (nâng hạ cần và nâng hạ vật).



2. XÂY DỰNG MÔ HÌNH

Các giả thiết khi xây dựng mô hình:

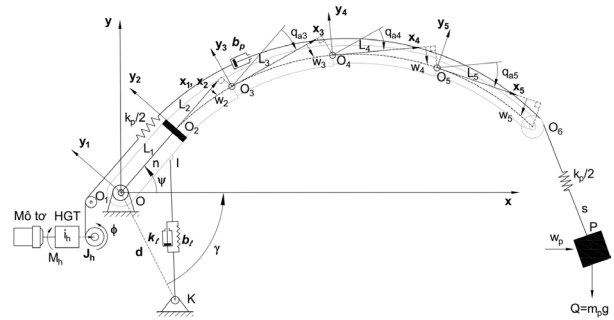
Để xây dựng mô hình động lực học cần trục thủy lực ống lồng có kể đến biến dạng đàn hồi của cần, một số giả thiết sau được chấp nhận: Vật nâng được coi là một chất điểm có khối lượng là m_p ; Bỏ qua sự thay đổi chiều dài đoạn dây cáp từ đầu cần đến tang do ảnh hưởng của góc quay cần và biến dạng của cần; Bỏ qua tải trọng gió; Dây cáp có độ cứng quy dẫn là k_p , hệ số dập tắt dao động là b_p ; Xy lanh thủy lực nâng hạ cần được thay thế tương đương bằng lò xo có độ cứng k_l và giảm chấn với hệ số dập tắt dao động b_l ; Vật nâng đã được nâng lên khỏi bề mặt (không tính đến độ trùng cáp nâng vật); Phần xe cơ sở, lớp xe, chân tựa, nền cần trục đứng, cột chân cần được coi là không biến dạng; Các đốt của cần trục được coi là đồng nhất và có tiết diện không đổi trên toàn bộ chiều dài của đốt; Đốt cần cơ sở (ống lồng ngoài cùng) được chia làm 2 đoạn khác nhau: Đoạn đầu ống lồng có khớp bản lề là cứng tuyệt đối (chiều dài L_1), đoạn cần trên là biến dạng (chiều dài L_2); Coi các đốt của cần là độc lập (phần trùng nhau của 2 đốt liên tiếp được coi là rất nhỏ); Liên kết giữa các đốt khi xét là dạng ngầm.

Xây dựng mô hình tính động lực học:

Từ các giả thiết nêu trên ta xây dựng được mô hình ĐLH cần trục ống lồng có kể đến biến dạng cần được thể hiện trên hình 1.

Mô hình cần ống lồng gồm có 5 khâu: Khâu 1 là phần cần cứng tuyệt đối, khâu 2,3,4,5 là các cần ống lồng biến dạng.

Các hệ trục tọa độ: Oxy – Hệ trục tọa độ cố định, Ox trùng với nền đặt xe cơ sở, Oy đi qua khớp nối chân cần; $O_i x_i y_i$ – Hệ trục tọa độ địa phương gắn vào các khâu ($i = 1 \div 5$).



Hình 1. Mô hình ĐLH cần trục ống lồng có kể đến biến dạng cần

Các thông số của mô hình: m_i - Khối lượng khâu thứ i ; L_i - Chiều dài khâu thứ i ; J_i - Mô men quán tính của khâu i ; J_h - Mô men quán tính của cơ cấu nâng quy dẫn về tang cuốn cáp; M_h - Mô men tang cuốn cáp; i_h - Tỷ số truyền của hộp giảm tốc cơ cấu nâng; R_h - Bán kính tang cuốn cáp; F_l - Lực của xy lanh thủy lực nâng hạ cần; a - Bội suất palăng cáp nâng vật; q_{ai} - Góc tạo bởi tiếp tuyến tại điểm cuối khâu thứ $(i-1)$ so với trục x_i ($i=2-5$); w_i - Chuyển vị uốn ngang tương đối của khâu thứ i trong hệ quy chiếu đồng hành $O_i x_i y_i$ ($i=2-5$).

Các tọa độ suy rộng: ψ - Góc nâng cần; ϕ - Góc quay tang cuốn cáp; θ - Góc lắc của vật nâng; s - Chiều dài cáp treo vật; q_{ei} - Tọa độ suy rộng đàn hồi của khâu i ($i=2-5$).

Động năng của cơ hệ:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_{load} + T_{hoist} \quad (1)$$

Trong đó: T_1 là động năng của khâu 1 (rắn tuyệt đối); T_{hoist} là động năng của tang cuốn cáp; T_{load} là động năng của vật nâng; T_i là động năng của các khâu đàn hồi thứ i ($i=2-5$).

$$T_1 = \frac{1}{2} J_1 \dot{\psi}^2, T_{hoist} = \frac{1}{2} J_h \dot{\phi}^2, T_{load} = \frac{1}{2} m_p v_p^2$$

$$T_i = \frac{1}{2} \rho_i A_i \int_0^{L_i} v_{pi}^2 dx, \quad (2)$$

Với: v_p là vận tốc của vật nâng; ρ_i là khối lượng riêng của vật liệu chế tạo khâu đàn hồi thứ i ; A_i là diện tích mặt cắt ngang của khâu đàn hồi thứ i ; v_{pi} là vận tốc tại điểm bắt P_i trên khâu đàn hồi thứ i ;

Xác định vị trí, vận tốc và gia tốc các điểm:

Vị trí gốc tọa độ của các hệ trục tọa độ địa phương:

$$\mathbf{r}_{O_1} = \begin{bmatrix} x_{O_1} \\ y_{O_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{r}_{O_2} = \begin{bmatrix} x_{O_2} \\ y_{O_2} \end{bmatrix} = \mathbf{r}_{O_1} + \begin{bmatrix} L_1 \cos \psi \\ L_1 \sin \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \cos \psi \\ h_0 + L_1 \sin \psi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_{O_{i+1}} = \begin{bmatrix} x_{O_{i+1}} \\ y_{O_{i+1}} \end{bmatrix} = \mathbf{r}_{O_i} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_i \\ w_i(L_i, t) \end{bmatrix},$$

$$i(i = \overline{2,5}) \quad (4)$$

Vị trí điểm P_i bất kỳ trên khâu i ($i = 2 \div 5$) xác định bởi biểu thức:

$$\mathbf{r}_{P_i} = \begin{bmatrix} x_{P_i} \\ y_{P_i} \end{bmatrix} = \mathbf{r}_{O_i} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_i(x, t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\theta_i = \theta_{i-1} + q_{ai}; \theta_1 = \psi; q_{a2} = 0 \quad (6)$$

Trong đó: r_{O_i} là véc tơ tọa độ điểm gốc tọa độ địa phương; q_{ai} là góc tạo bởi tiếp tuyến tại điểm cuối khâu thứ $(i-1)$ so với trục x_i ; $w_i(x, t)$ là chuyển vị uốn ngang tương đối của khâu thứ i trong hệ quy chiếu đồng hành $O_i x_i y_i$; x là tọa độ điểm P_i trên khâu thứ i trong hệ quy chiếu đồng hành $O_i x_i y_i$.

$$q_{ai} = w'_{i-1}(L_{i-1}, t), (i = \overline{3,5}) \quad (7)$$

Vị trí vật nâng được xác định bởi biểu thức:

$$\mathbf{r}_P = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \end{bmatrix} = \mathbf{r}_{O_6} + \begin{bmatrix} s \cdot \sin \theta \\ -s \cdot \cos \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

Xác định vận tốc các điểm: Đạo hàm các biểu thức (3),(4),(5), (8) để xác định vận tốc của các điểm.

$$\dot{\mathbf{r}}_{O_1} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{O_1} \\ \dot{y}_{O_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{O_2} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{O_2} \\ \dot{y}_{O_2} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{r}}_{O_1} + \begin{bmatrix} -L_1 \dot{\psi} \sin \psi \\ L_1 \dot{\psi} \cos \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 \dot{\psi} \sin \psi \\ L_1 \dot{\psi} \cos \psi \end{bmatrix} \quad (9)$$

Vận tốc của gốc tọa độ O_i và các điểm P_i trên cần, i ($i = 2 \div 5$):

$$\dot{\mathbf{r}}_{O_{i+1}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{O_{i+1}} \\ \dot{y}_{O_{i+1}} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{r}}_{O_i} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{w}_i(L_i, t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta_i & -\cos \theta_i \\ \cos \theta_i & -\sin \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_i \\ w_i(L_i, t) \end{bmatrix} \dot{\theta}_i \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{P_i} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{P_i} \\ \dot{y}_{P_i} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{r}}_{O_i} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{w}_i(x, t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta_i & -\cos \theta_i \\ \cos \theta_i & -\sin \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_i(x, t) \end{bmatrix} \dot{\theta}_i \quad (11)$$

Vận tốc của vật nâng được xác định bởi biểu thức:

$$\dot{\mathbf{r}}_P = \frac{\partial \mathbf{r}_P}{\partial t} = \begin{bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{r}}_{O_6} + \begin{bmatrix} \dot{s} \cdot \sin \theta + \dot{\theta} s \cdot \cos \theta \\ -\dot{s} \cdot \cos \theta + \dot{\theta} s \cdot \sin \theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$v_{P_i}^2 = \dot{x}_{P_i}^2 + \dot{y}_{P_i}^2, v_P^2 = \dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2 \quad (13)$$

Khi đó, thay biểu thức (13) vào biểu thức (2), ta xác định được động năng của khâu đàn hồi thứ i và của vật nâng:

$$T_i = \frac{1}{2} \rho_i A_i \int_0^{L_i} (\dot{x}_{P_i}^2 + \dot{y}_{P_i}^2) dx,$$

$$T_{load} = \frac{1}{2} m_p (\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2) \quad (14)$$

Thế năng của cơ hệ: Thế năng của cơ hệ bằng tổng thế năng đàn hồi (Π_s) và thế năng trọng lực (Π_g):

$$\Pi = \Pi_g + \Pi_s = \Pi_1 + \Pi_p + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5 + \Pi_r + \Pi_l \quad (15)$$

Trong đó: Π_1 , Π_p là thế năng do trọng lực của khâu 1 và vật nâng:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= m_1 g y_{C_1} = m_1 g (h_0 + l_{C_1} \sin \psi), \\ \Pi_p &= m_p g y_p \end{aligned} \quad (16)$$

Với: g là gia tốc trọng trường; y_{C_1} là chiều cao của trọng tâm khâu 1; l_{C_1} là khoảng cách từ trọng tâm khâu 1 đến khớp nối chân cần; y_p là chiều cao của vật nâng (xác định theo công thức 8).

Thế năng biến dạng đàn hồi của khâu đàn hồi của khâu đàn hồi thứ i ($i=2 \div 5$) được xác định theo công thức:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} E_i I_i \int_0^{L_i} \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (17)$$

Trong đó: E_i là mô đun đàn hồi của vật liệu chế tạo cần; I_i là mô men quán tính mặt cắt ngang của khâu đàn hồi thứ i .

Thế năng biến dạng đàn hồi của cáp được xác định theo công thức:

$$\Pi_r = \frac{1}{2} k_p \Delta l_p^2 = \frac{1}{2} k_p (\Delta l_{ps} + \Delta l_{pd})^2 \quad (18)$$

Trong đó: Δl_p là biến dạng đàn hồi của cáp thép nâng vật; Δl_{ps} , Δl_{pd} là biến dạng tĩnh và động của cáp tương ứng.

$$\Delta l_{ps} = \frac{m_p g}{a k_p}; \Delta l_{pd} = a(s - s_0) + R_h(\phi - \phi_0) \quad (19)$$

Với: s_0 là chiều dài cáp treo vật tại thời điểm ban đầu; ϕ_0 là góc quay tang cuốn cáp tại thời điểm ban đầu.

Thế năng biến dạng đàn hồi của xy lanh thủy lực nâng hạ cần:

$$\Pi_l = \frac{1}{2} k_l \Delta l_l^2 = \frac{1}{2} k_l (KI(\psi) - KI(\psi_0))^2 \quad (20)$$

Trong đó: Δl_l là biến dạng đàn hồi của xy lanh; $KI(\psi)$, $KI(\psi_0)$ là chiều dài của xy lanh nâng hạ cần tại thời điểm ban đầu và tại thời điểm xét.

$$\begin{aligned} KI(\psi_0) &= \sqrt{d^2 + n^2 - 2dn \cos(\psi_0 + \gamma)}; \\ KI(\psi) &= \sqrt{d^2 + n^2 - 2dn \cos(\psi + \gamma)} \end{aligned} \quad (21)$$

Với: d, n, γ là các thông số kết cấu (hình 1).

Hàm hao tán của cơ hệ: Hàm hao tán của cơ hệ bao gồm hàm hao tán của cáp nâng vật và hàm hao tán của xy lanh thủy lực:

$$\Phi = \Phi_r + \Phi_l \quad (22)$$

Hàm hao tán của cáp:

$$\Phi_r = \frac{1}{2} b_p \dot{\Delta l}_p^2 = \frac{1}{2} b_p (a\dot{s} + R_h\dot{\phi})^2 \quad (23)$$

Hàm hao tán của xy lanh thủy lực nâng hạ cần:

$$\Phi_l = \frac{1}{2} k_l \Delta l_l^2 = \frac{1}{2} b_l (KI(\psi))^2 = \frac{1}{2} b_l \left(\frac{dn \sin(\psi + \gamma) \dot{\psi}}{\sqrt{d^2 + n^2 - 2dn \cos(\psi + \gamma)}} \right)^2 \quad (24)$$

Lực suy rộng của các lực hoạt động không thể:

$$Q_\psi = F_l, Q_\phi = M_h, Q_\theta = Q_s = Q_{qe2} = Q_{qe3} = Q_{qe4} = Q_{qe5} = 0 \quad (25)$$

Xác định lực căng trong nhánh cáp thép:

$$F_c = k_p \Delta l_p + b_p \dot{\Delta l}_p = k_p \left(\frac{m_p g}{ak_p} + a(s - s_0) + R_h(\phi - \phi_0) \right) + b_p(a\dot{s} + R_h\dot{\phi}) \quad (26)$$

Phương trình vi phân chuyển động:

Chuyển vị uốn ngang tương đối $w_i(x, t)$ trong hệ quy chiếu đồng hành $O_i x_i y_i$ được biểu diễn dưới dạng:

$$w_i(x, t) = X_i(x) q_{ei}(t), \quad i(i = \overline{2, 5}) \quad (27)$$

Trong đó: $X_i(x)$ là các hàm thỏa mãn điều kiện biên của khâu đàn hồi;

Theo phương pháp Ritz – Galerkin trong trường hợp thanh một đầu ngàm một đầu tự do thì $X_i(x)$ có phương trình đặc trưng:

$$1 + \cos \beta_i L_i \cosh \beta_i L_i = 0 \quad (28)$$

Giải hệ phương trình (28), ta nhận được các trị riêng $\beta_i L_i$ ($i = \overline{2, 5}$).

Từ đó, ta có các hàm $X_i(x)$ có dạng:

$$X_i(x) = \cos(\beta_i x) - \cosh(\beta_i x) + \frac{\cos \beta_i L_i + \cosh \beta_i L_i}{\sin \beta_i L_i + \sinh \beta_i L_i} (-\sin(\beta_i x) + \sinh(\beta_i x)) \quad (29)$$

Thế biểu thức (27) vào biểu thức (7), ta nhận được:

$$q_{ai}(t) = w'_{i-1}(L_{i-1}, t) = X'_{i-1}(L_{i-1}) q_{e(i-1)}(t), \quad i(i = \overline{3, 5}) \quad (30)$$

Thế biểu thức (27) vào biểu thức (10) ta nhận được, ($i = \overline{2, 5}$):

$$\dot{\mathbf{r}}_{O_{i-1}} = \dot{\mathbf{r}}_{O_i} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ X_i(L_i) \dot{q}_{ei}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta_i & -\cos \theta_i \\ \cos \theta_i & -\sin \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_i \\ X_i(L_i) q_{ei}(t) \end{bmatrix} \dot{\theta}_i \quad (31)$$

Thế biểu thức (27) vào biểu thức (11) ta nhận được, ($i = \overline{2, 5}$):

$$\dot{\mathbf{r}}_{O_i} = \dot{\mathbf{r}}_{O_1} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ X_i(x) \dot{q}_{ei}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta_i & -\cos \theta_i \\ \cos \theta_i & -\sin \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ X_i(x) q_{ei}(t) \end{bmatrix} \dot{\theta}_i \quad (32)$$

Áp dụng phương trình Lagrange loại II cho cơ hệ để viết phương trình vi phân chuyển động:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (i = \overline{1, 8}) \quad (33)$$

Thế các giá trị động năng, thế năng, hàm hao tán vào phương trình (33), nhận được hệ phương trình vi phân chuyển động mô tả động lực học quá trình làm việc của cần trục được viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{Q} \quad (34)$$

Toạ độ suy rộng:

$$\mathbf{q} = [\psi \quad q_{e2} \quad q_{e3} \quad q_{e4} \quad q_{e5} \quad s \quad \theta \quad \phi]^T$$

Ma trận khối lượng suy rộng:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = [m_{ij}], \quad (i, j = \overline{1, 8})$$

Ma trận quán tính ly tâm và Coriolis:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [c_{ij}], \quad (i, j = \overline{1, 8})$$

Ma trận cản:

$$\mathbf{D} = [d_{ij}], \quad (i, j = \overline{1, 8})$$

Véc tơ lực có thể:

$$\mathbf{g} = [g_1 \quad g_2 \quad g_3 \quad g_4 \quad g_5 \quad g_6 \quad g_7 \quad g_8]^T$$

Ma trận lực suy rộng:

$$\mathbf{Q} = [Q_\psi \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad Q_\phi]^T$$

Các giá trị của ma trận khối lượng, ma 

trận quán tính ly tâm và Coriolis, ma trận cản, véc tơ lực thế được xác định trong phần mềm tính toán chuyên dụng Maple.

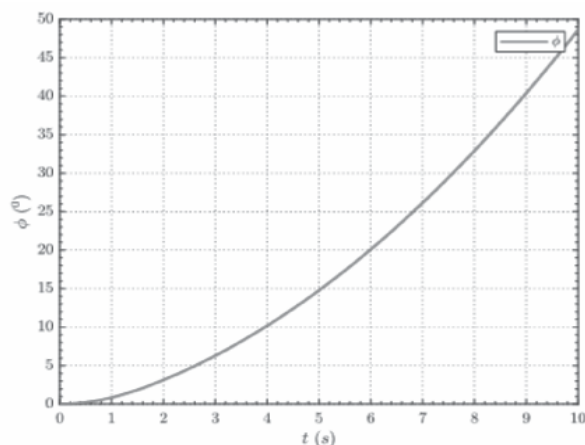
3. KẾT QUẢ KHẢO SÁT

Hệ phương trình (34) là hệ phương trình vi phân cấp 2 phi tuyến mô tả DLH quá trình làm việc của cần trục kể đến biến dạng cần. Trong bài báo, tác giả khảo sát một số thông số DLH cần trục khi chỉ có cơ cấu nâng làm việc.

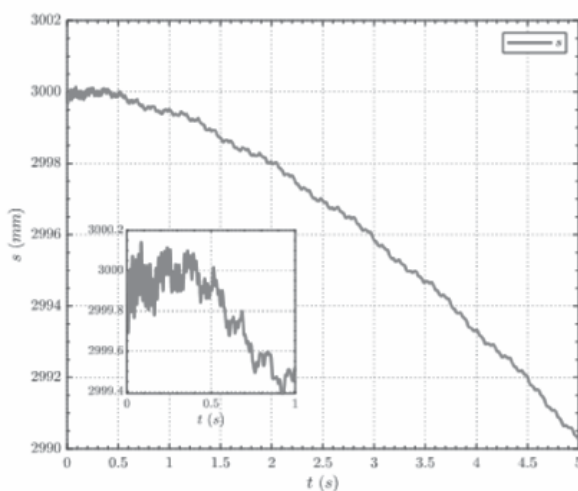
Thông số đầu vào: $\psi=9,2^\circ$, $m_p=72$ kg; $m_1=102,671$ kg; $J_1=17,032$ Nm; $J_h=15050$ Nm; $i_h=11/216$; $R_h=0,15$ m; $a=4$; $k_p=30000$ N/m; $b_p=100$ Ns/m; $k_l=220000$ N/m; $b_l=500$ Ns/m; $E=210$ Gpa; $\rho=7860$ Kg/m³; $A_2=0,010662$ m²; $A_3=0,008861$ m²; $A_4=0,00728$ m²; $A_5=0,005948$ m²; $I_2=0,00019768$ m⁴; $I_3=0,00014352$ m⁴; $I_4=0,00010322$ m⁴; $I_5=0,00007512$ m⁴; $L_1=0,66$ m; $L_2=2,4843$ m; $L_3=2,2903$ m; $L_4=2,1303$ m; $L_5=2,2451$ m.

Vận tốc ban đầu bằng của các khâu bằng 0. Với bộ số liệu nêu trên, sau khi tính toán trên phần mềm Maple và Matlab ta được một số kết quả mô phỏng được thể hiện ở các Hình 2÷6.

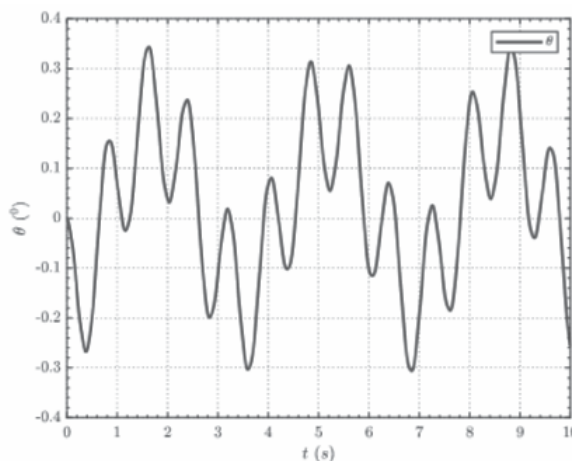
Từ hình 2-6 nhận thấy: Góc quay tang cuốn cáp thay đổi tuyến tính, không phụ thuộc vào biến dạng cần. Chiều dài cáp treo vật thay đổi giảm dần và dao động khi thay đổi, điều này là hợp lý do độ đàn hồi của cáp, xy lanh thủy lực và cần nâng. Từ hình 5 nhận thấy rằng, khi cần đàn hồi, điểm đầu cần dao động với tần số $\approx 1,25$ Hz khi tiến hành nâng vật, biên độ dao động $\approx 1,9$ mm. Lực căng cáp trong trường hợp này cũng thay đổi phù hợp với quy luật dao động của điểm đầu cần.



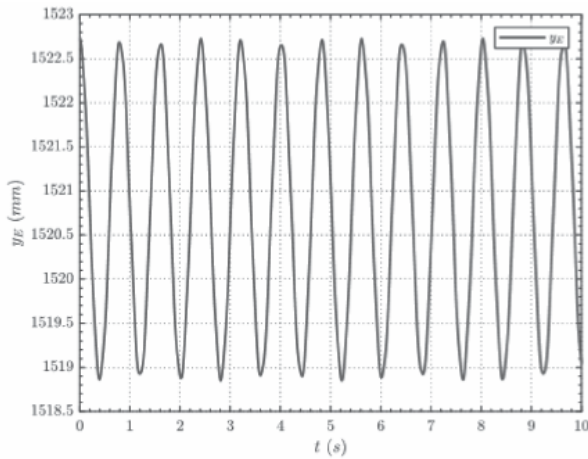
Hình 2. Góc quay tang cuốn cáp



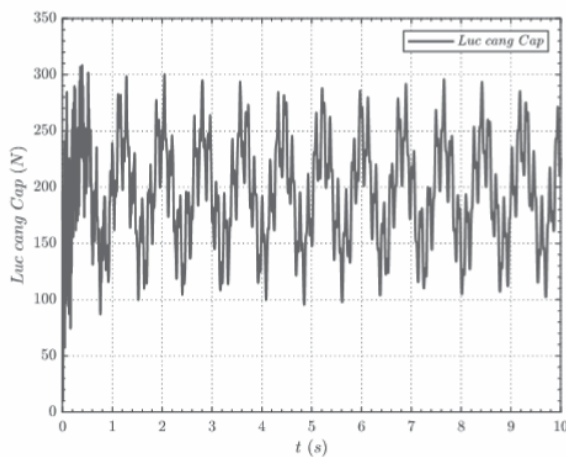
Hình 3. Chiều dài cáp treo vật



Hình 4. Chuyển vị góc lắc vật nâng



Hình 5. Dao động đầu cần



Hình 6. Lực căng cáp thép

4. KẾT LUẬN

Bài báo đã xây dựng được mô hình và đưa ra được hệ phương trình vi phân mô tả ĐLH quá trình làm việc của cần trục ống lồng có kể đến biến dạng cần. Trên cơ sở đó, bài báo tiến hành khảo sát một số thông số động lực học của cần trục khi tiến hành nâng hạ vật. Kết quả nghiên cứu đưa ra là hoàn toàn phù hợp và có thể làm cơ sở cho việc nghiên cứu ĐLH quá trình làm việc của cần trục cũng như làm dữ liệu đầu vào cho bài toán điều khiển cần trục. ❖

Ngày nhận bài: 28/5/2023

Ngày phản biện: 12/6/2023

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Bozhidar GRIGOROV, Rosen MITREV, *Dynamic behavior of a hydraulic crane operating a freely suspended payload*. J Zhejiang Univ-Sci A (Appl Phys & Eng) 2017 18(4):268-281.
- [2]. A. MACZYNSKI, S. WOJCIECH. *Dynamics of a Mobile Crane and Optimisation of the Slewing Motion of Its Upper Structure*. *Nonlinear Dynamics* 32: 259–290, 2003.
- [3]. Radomir Mijailović. *Modelling the dynamic behaviour of the truck-crane*. *Transport*, Volume 26, 2011 - Issue 4.
- [4]. Arkadiusz Trąbka. *Dynamics of telescopic cranes with flexible structural components*. *International Journal of Mechanical Sciences*, 88 (2014) 162–174.
- [5]. Bogdan Posiadala, Dawid Cekus. *Discrete model of vibration of truck crane telescopic boom with consideration of the hydraulic cylinder of crane radius change in the rotary plane*. *Automation in Construction* 17 (2008) 245–250.
- [6]. Hiroki Fujita, Hiroyuki Sugiyama. *Development of flexible telescopic boom model using absolute nodal coordinate formulation sliding joint constraints with LuGre friction*. *Theoretical & Applied mechanics letters*, 2, 063005 (2012).