

SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC TRONG TÍNH TOÁN ĐỘNG HỌC CÁC CƠ CẤU TRUYỀN ĐỘNG CƠ KHÍ KHÔNG GIAN

KINEMATIC ANALYSIS OF SPATIAL STRUCTURES BY USING ORTHOGRAPHIC PROJECTION METHOD

Phạm Thị Mai Anh^{1,*}, Nguyễn Lan Phương²

¹Khoa Khoa học Cơ bản, Trường Đại học Mở – Địa chất

²Trường Cơ khí, Đại học Bách Khoa Hà Nội

TÓM TẮT

Trong các cơ cấu cơ khí có rất nhiều cơ cấu truyền động không gian, như truyền động mũi khoan sử dụng cơ cấu không gian có khớp cardan, máy ép dùng cơ cấu tay quay con trượt không gian. Việc giải quyết các bài toán phân tích động học cho các cơ cấu này nhìn chung là tương đối phức tạp. Trên thế giới có nhiều phương pháp giải quyết bài toán phân tích động học, mỗi phương pháp đều có những ưu điểm riêng. Bài báo này đề xuất một phương pháp mới giải bài toán phân tích động học cơ cấu không gian. Với phương pháp này, bài toán phân tích động học cơ cấu không gian sẽ được giải quyết một cách đơn giản và dễ dàng trong việc thiết lập các phương trình liên kết cũng như việc mô phỏng chuyển động của cơ cấu không gian. Bằng phương pháp hình chiếu vuông góc, bài báo tiến hành phân tích động học một cơ cấu không gian và mô phỏng chuyển động của cơ cấu này. Kết quả mô phỏng sẽ được đối chứng với kết quả thu được khi sử dụng phần mềm Matlab.

Từ khóa: Cơ cấu cơ khí không gian; Phân tích động học; Hình chiếu vuông góc; Phương trình liên kết; Mô phỏng.

ABSTRACT

Spatial structures have been used widely for transmission in mechanical engineering, such as a universal jointed shaft in drilling process or a slider-crank linkage in compressing process. Solving kinematic problems in those mechanisms is quite complex. Some solutions have been proposed with both strong and weak points. This study proposed a new method to analyze kinematic problems for mechanisms using orthographic projection. Kinematic analysis of spatial structures could be carried out easily by setting up associative equations as well as simulating the motion of these structures. The simulated results were validated by Matlab software.

Keywords: Spatial structure; Kinetic analysis; Perpendicular projection; Link equation; Simulation. 

1. TỔNG QUAN

Bài toán phân tích động học là bài toán đầu tiên cần phải giải quyết, làm cơ sở để từ đó có thể giải quyết tiếp những bài toán như: động lực học và độ bền của máy, cân bằng máy, tối ưu hoá,...

Trên thế giới có nhiều phương pháp giải quyết bài toán phân tích động học như phương pháp ma trận Denavit-Hartenberg-Craig, phương pháp đa giác véc tơ, phương pháp truy hồi [1, 4]. Tuy nhiên, các phương pháp hiện có thường khá phức tạp và sẽ càng phức tạp hơn khi đối tượng nghiên cứu là các cơ cấu không gian. Như phương pháp tách khớp có ưu điểm là số lượng các phương trình liên kết khá ít, tuy nhiên phải thiết lập các điều kiện ràng buộc và đối với một số dạng khớp điều kiện ràng buộc tương đối phức tạp, còn phương pháp truy hồi thì đưa ra biểu thức tính gia tốc của từng khâu rất phức tạp và cần lựa chọn phần mềm tính toán phù hợp. Bài báo này đề xuất phương pháp hình chiếu vuông góc phân tích động học cơ cấu không gian. Phương pháp này có ưu điểm là tính trực quan cao, việc phân tích dễ dàng thuận lợi, công thức không quá cồng kềnh, giúp cho việc giải bài toán phân tích động học được giải một cách đơn giản, dễ dàng hơn.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC CƠ CẤU KHÔNG GIAN

Mỗi cơ cấu không gian là một hệ cơ học chịu liên kết hô-lô-nôm giữ và dùng, các điều kiện ràng buộc của nó có dạng [1]:

$$\sum l_i = 0 \quad (1)$$

Ta sử dụng các tọa độ suy rộng đủ $q_1, q_2, q_3, \dots, q_r$ để xác định vị trí của cơ cấu f bậc tự do. Ngoài ra, ta đưa thêm vào các tọa độ suy

rộng dư để dễ dàng thiết lập các biểu thức giải tích xác định vị trí của cơ cấu. Gọi $z_1, z_2, z_3, \dots, z_r$ là các tọa độ suy rộng phụ thuộc. Các phương trình liên kết có dạng [1]:

$$f_i(q_1, q_2, \dots, q_r, z_1, z_2, \dots, z_r) = 0 \quad (i = 1 \div r) \quad (2)$$

$$\text{Trong đó, } z_k = z_k(q_1, q_2, \dots, q_r) \quad (k = 1 \div r) \quad (3)$$

Giải hệ phương trình đại số phi tuyến (1 và 2) để xác định các hàm z_i và các đạo hàm bậc nhất, bậc hai của nó bằng phương pháp lặp là nhiệm vụ trung tâm của bài toán phân tích động học cơ cấu không gian.

3. PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC CƠ CẤU KHÔNG GIAN BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC

Mục tiêu của phương pháp là áp dụng phương pháp chiếu vuông góc và đưa vào các tọa độ suy rộng dư để xây dựng các phương trình liên kết của cơ cấu. Các bước thực hiện để phân tích động học cơ cấu:

Bước 1: Mô hình hóa cơ cấu cơ khí thành mô hình cơ hệ cơ bản.

Bước 2: Chọn hệ tọa độ cố định Oxyz, chọn hệ tọa độ gắn với các khâu.

Bước 3: Chiếu cơ hệ và các hệ trục lên mặt phẳng xoy.

Bước 4: Chọn các tọa độ suy rộng.

Bước 5: Viết phương trình liên kết dạng vector. Chiếu phương trình liên kết lên các hệ trục tọa độ cố định.

Bước 6: Xác định ma trận cosin chỉ hướng của mỗi khâu. Thiết lập biểu thức vị trí, vận tốc, gia tốc của mỗi khâu.

Chú ý:

+ Khi chọn hệ trục tọa độ cố định Oxyz cần theo nguyên tắc: Nếu khâu nối giá quay xung quanh trục cố định, chọn mặt Oxy song song với trục quay. Nếu khâu nối giá là tịnh tiến, chọn 1 trong 2 trục x hoặc y song song với phương tịnh tiến.

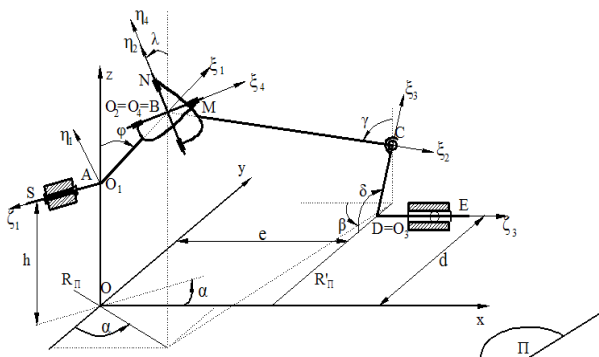
+ Đối với mỗi khâu, cần xác định góc giữa hình chiếu của 2 trục tọa độ gắn với khâu và trục Ox (hoặc Oy), trục Oz. Nếu có khớp tịnh tiến, cần chọn thêm tọa độ suy rộng là dịch chuyển dài.

4. PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC CƠ CẤU KHÔNG GIAN CÓ KHỚP CARDAN

Khớp Cardan được dùng rất nhiều trong các truyền động của cơ khí như truyền động của máy khoan, truyền động từ hộp số đến bộ vi sai hoặc trục sau của ô tô. Ưu điểm là truyền động mô men xoắn êm ái trơn tru [4].

4.1. Thành lập phương trình liên kết

Chọn AB vuông góc với SA, CD vuông góc với DE. Khâu SAB quay quanh các trục SA. Khâu BC chuyển động không gian. Khâu CD quay quanh DE. Đặt $AB = l_1$, $BC = l_2$, $CD = l_3$ (Hình 1).



Hình 1. Cơ cấu không gian có khớp Cardan

Ta chọn hệ trục vuông góc $O_1\xi_1\eta_1\zeta_1$ gắn với khâu SAB như sau: $O_1 = A$, hướng ξ_1 là hướng AB, hướng ζ_1 AS, hướng η_1 được chọn sao cho tạo thành một hệ quy chiếu thuận.

Ta xác định một mặt phẳng Π như sau: Qua điểm D vẽ một đường thẳng song song với trục quay SA của khâu 1 và một đường thẳng trùng với trục quay DE. Hai đường cắt nhau này xác định mặt phẳng Π .

Qua O_1 , vẽ một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Π và cắt Π tại O, nói cách khác O chính là hình chiếu của O_1 lên Π .

Chọn hệ trục Oxyz với: Góc O là hình chiếu của A lên Π , trục z hướng theo OO_1 , trục x hướng DE, trục y được chọn sao cho Oxyz tạo thành một hệ quy chiếu thuận. Như vậy, Oxy nằm trên mặt phẳng Π .

Chọn hệ tọa độ $O_2\xi_2\eta_2\zeta_2$ gắn với BC và có $O_2 = B$, ξ_2 là hướng BC. Chọn η_2 theo hướng BN, trục ζ_2 chọn sao cho hệ trục tạo thành một hệ quy chiếu thuận.

Chọn hệ tọa độ $O_3\xi_3\eta_3\zeta_3$ gắn với khâu CDE với: $O_3 = D$, trục ζ_3 hướng theo DE, trục ξ_3 hướng theo DC, trục η_3 được chọn để tạo thành một hệ quy chiếu thuận.

Chọn hệ tọa độ $O_4\xi_4\eta_4\zeta_4$ gắn với khâu MBN như sau: $O_4 = B$, trục ξ_4 hướng theo M, η_4 hướng theo N, trục ζ_4 được chọn để tạo thành một hệ quy chiếu thuận.

Nhận xét: Khâu SAB quay quanh trục cố định SA nên luôn nằm trên mặt phẳng R đi qua A và vuông góc với trục quay SA. Mặt phẳng R chứa OA vuông góc với mặt phẳng Π . Theo tính chất phép chiếu vuông góc thì hình chiếu của mặt phẳng R lên Π là một đường thẳng $R\Pi$, tạo với trục y một góc không đổi α .

Hình chiếu của một điểm bất kỳ trên AB lên Π cũng nằm trên đường thẳng này.

Khâu CDE quay quanh trục cố định DE với CD vuông góc với DE. Trong chuyển động quay, CD luôn nằm trên mặt phẳng R' vuông góc với DE. Vì DE thuộc Π nên R' vuông góc với Π . Như vậy, hình chiếu của R' lên Π là một đường thẳng $R'\Pi$. Dễ thấy $R'\Pi \perp DE$. Hình chiếu của một điểm bất kỳ nằm trên CD là một điểm nằm trên $R'\Pi$.

Gọi khoảng cách giữa trục x và ζ_3 là d, khoảng cách OO_1 là h, khoảng cách từ điểm D đến trục y là e. Trong một cơ cấu cụ thể, các kích thước này hoàn toàn xác định.

Theo tiêu chuẩn Gruebler, ta có [1]:

$$f = \sum_{i=1}^{n_g} f_{Gi} - 6n_L - f_{th} \quad (4)$$

Với f_{Gi} là số bậc tự do của khớp i; n_G là số lượng khớp; n_L là số mạch vòng trong chuỗi, f_{th} là số bậc tự do thừa. Đối với cơ cấu này, tồn tại một bậc tự do chuyển động của khâu BC quay quanh trục của chính nó. Bậc tự do chuyển động này không ảnh hưởng gì đến mối quan hệ động học giữa đầu vào và đầu ra của cơ hệ. Vì vậy, người ta thường gọi bậc tự do đó là bậc tự do thừa.

Ta có: $f = (1 + 3 + 3 + 1) - 6 - 1 = 1$.

Như vậy, số bậc tự do chuyển động của cơ cấu bằng 1.

Ta chọn tọa độ suy rộng đủ là φ , chọn các tọa độ suy rộng dư là $\beta(\varphi)$, $\gamma(\varphi)$, $\delta(\varphi)$, $\lambda(\varphi)$.

Do cách chọn hệ trục tọa độ như trên, góc α là hằng số, C'D luôn vuông góc với trục x, do đó có thể giảm được 2 tọa độ suy rộng nếu chọn Oxy bất kỳ.

Cũng do cách chọn hệ tọa độ như trên mà BM luôn song song với mặt phẳng xOy nên góc giữa hình chiếu của BM và hình chiếu của BN lên Oxy luôn vuông. Ta giảm được 2 tọa độ suy rộng nữa khi chọn Oxy bất kỳ. Trong ví dụ này, chúng ta có thể giảm được 4 tọa độ suy rộng dư.

Từ hình vẽ, ta có phương trình ràng buộc chuyển động của cơ cấu dạng véc tơ [1]:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \vec{0} \quad (5)$$

Điều kiện BM vuông góc với BC:

$$\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \quad (6)$$

Chiếu lên các trục tọa độ xyz, ta được các phương trình:

$$f_1 = l_1 \sin \varphi \sin \alpha + l_2 \cos \beta \sin \gamma - e = 0 \quad (7)$$

$$f_2 = -l_1 \sin \varphi \cos \alpha + l_2 \sin \beta \sin \gamma - l_3 \sin \delta - d = 0 \quad (8)$$

$$f_3 = h + l_1 \cos \varphi - l_2 \cos \gamma - l_3 \cos \delta = 0 \quad (9)$$

$$f_4 = -\sin \alpha \cos \beta \sin \delta \sin \lambda + \cos \alpha \sin \beta \sin \delta \sin \lambda - \cos \delta \cos \lambda = 0 \quad (10)$$

4.2. Xác định tọa độ suy rộng dư, vận tốc và gia tốc của chúng

Đạo hàm (7), (8), (9), (10) theo thời gian, ta được:

$$\dot{f}_1 = l_1 \dot{\varphi} \cos \varphi \sin \alpha - l_2 \dot{\beta} \sin \beta \sin \gamma + l_2 \dot{\gamma} \cos \beta \cos \gamma = 0 \quad (11)$$

$$\dot{f}_2 = -l_1 \dot{\varphi} \cos \varphi \cos \alpha + l_2 \dot{\beta} \cos \beta \sin \gamma + l_2 \dot{\gamma} \sin \beta \cos \gamma - l_3 \dot{\delta} \cos \delta = 0 \quad (12)$$

$$\dot{f}_3 = h - l_1 \dot{\varphi} \sin \varphi + l_2 \dot{\gamma} \sin \gamma + l_3 \dot{\delta} \sin \delta = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{f}_4 = & \sin \alpha \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \gamma \sin \lambda - \sin \alpha \dot{\gamma} \cos \beta \cos \gamma \sin \lambda - \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma \cos \lambda + \cos \alpha \dot{\varphi} \cos \varphi \sin \gamma \sin \lambda \\ & + \cos \alpha \dot{\gamma} \sin \varphi \cos \gamma \sin \lambda + \cos \alpha \dot{\lambda} \sin \varphi \sin \gamma \cos \lambda + \dot{\gamma} \sin \gamma \cos \lambda + \dot{\lambda} \cos \gamma \sin \lambda = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Từ hệ phương trình (11 ~ 14), ta rút ra được các ma trận Jacobi:

$$J_q = \begin{bmatrix} l_1 \cos \varphi \sin \alpha & -l_2 \sin \beta \sin \gamma & \dots & \dots & 0 \\ l_1 \cos \varphi \cos \alpha & l_2 \cos \beta \sin \gamma & \dots & \dots & 0 \\ -l_1 \sin \varphi & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & (\sin \beta \sin \gamma \sin \lambda \sin \alpha + \cos \beta \sin \gamma \sin \lambda \cos \alpha) & \dots & \dots & \dot{\beta}(\sin \beta \sin \alpha + \cos \beta \cos \alpha) \sin \gamma \cos \lambda \\ & & & \dots & +\dot{\gamma}(-\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha) \cos \gamma \cos \lambda - \dot{\gamma} \sin \gamma \sin \lambda \\ & & & & +\dot{\lambda}(\cos \beta \sin \alpha - \sin \beta \cos \alpha) \sin \gamma \sin \lambda + \dot{\lambda} \cos \gamma \cos \lambda \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \dots & l_2 \cos \beta \cos \gamma & \dots \\ \dots & l_2 \sin \beta \cos \gamma & \dots \\ \dots & l_2 \sin \gamma & \dots \\ (-\cos \beta \cos \gamma \sin \lambda \sin \alpha + \sin \beta \cos \gamma \sin \lambda \cos \alpha + \sin \gamma \cos \lambda) & \dots \end{bmatrix} \quad J_x = \begin{bmatrix} 0 \\ l_3 \delta \sin \delta \\ l_3 \delta \cos \delta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \dots & 0 \\ \dots & 0 \\ \dots & 0 \\ (-\cos \beta \sin \gamma \cos \lambda \sin \alpha + \sin \beta \sin \gamma \cos \lambda \cos \alpha + \cos \gamma \sin \lambda) & \dots \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$J_x = \begin{bmatrix} 0 \\ -l_3 \cos \delta \\ l_3 \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Ta có công thức xác định vận tốc các khớp [1]:

$$\dot{q} = -J_q^{-1} J_x \dot{x} \quad (17)$$

Ta tính được đạo hàm các ma trận Jacobi theo thời gian:

$$\dot{J}_q = \begin{bmatrix} -l_1 \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \alpha & \dots \\ l_1 \dot{\varphi} \sin \varphi \cos \alpha & \dots \\ -l_1 \dot{\varphi} \cos \varphi & \dots \\ 0 & \dots \\ \dots & -l_2 \dot{\beta} \cos \beta \sin \gamma - l_2 \dot{\gamma} \sin \beta \cos \gamma & \dots \\ \dots & -l_2 \dot{\beta} \sin \beta \sin \gamma + l_2 \dot{\gamma} \cos \beta \cos \gamma & \dots \\ \dots & 0 & \dots \\ \dots & (\dot{\beta}(\cos \beta \sin \alpha - \sin \beta \cos \alpha) \sin \gamma \sin \lambda + \dot{\gamma}(\sin \beta \sin \alpha + \cos \beta \cos \alpha) \cos \gamma \sin \lambda + \dot{\lambda}(\sin \beta \sin \alpha + \cos \beta \cos \alpha) \sin \gamma \cos \lambda) & \dots \\ \dots & -l_2 \dot{\beta} \sin \beta \cos \gamma - l_2 \dot{\gamma} \cos \beta \sin \gamma & \dots \\ \dots & l_2 \dot{\beta} \cos \beta \cos \gamma - l_2 \dot{\gamma} \sin \beta \sin \gamma & \dots \\ \dots & l_2 \dot{\gamma} \cos \gamma & \dots \\ \dots & \dot{\beta}(\sin \beta \sin \alpha + \cos \beta \cos \alpha) \cos \gamma \sin \lambda & \dots \\ \dots & +\dot{\gamma}(\cos \beta \sin \alpha - \sin \beta \cos \alpha) \sin \gamma \sin \lambda + \dot{\gamma} \cos \gamma \cos \lambda & \dots \\ \dots & +\dot{\lambda}(-\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha) \cos \gamma \cos \lambda - \dot{\lambda} \sin \gamma \sin \lambda & \dots \end{bmatrix}$$

Ta có công thức xác định gia tốc các khớp [2]:

$$\ddot{q} = -J_q^{-1} (J_x \ddot{x} + \dot{J}_x \dot{x} - \dot{J}_q J_q^{-1} J_x \dot{x}) \quad (20)$$

Áp dụng phương pháp Newton_Raphson cải tiến, ta lần lượt tính được tọa độ, vận tốc, và gia tốc các tọa độ suy rộng với các giá trị tham số của cơ cấu như sau:

$$h = 15\text{cm}, l_1 = 18\text{cm}, l_2 = 40\text{cm}, l_3 = 22\text{cm}$$

$$d = 20\text{cm}, e = 15\text{cm}, \alpha = 45^\circ (0.7854\text{rad})$$

Quy luật chuyển động của khâu cuối:

$$\delta = 0.79680 + 0.4 \cos(2\pi t + 0.5\pi)$$

Thay vào (7), (8), (9), (10), ta tính được bộ thông số đầu vào như sau:

$$\varphi_0 = 30^\circ (0.5236 \text{ rad})$$

$$\beta_0 = 1.3434 (\text{rad})$$

$$\gamma_0 = 0.5214 (\text{rad})$$

$$\delta_0 = 1.2789 (\text{rad})$$

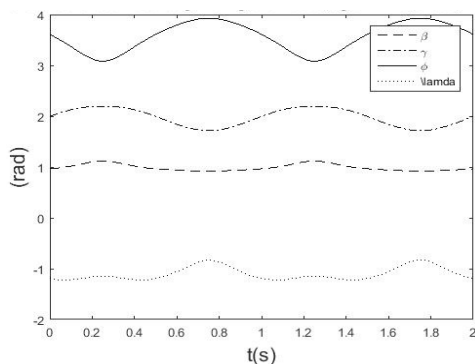
Thay vào các phương trình dưới, ta thu được các điều kiện đầu vào về vận tốc, gia tốc của các tọa độ phụ thuộc.



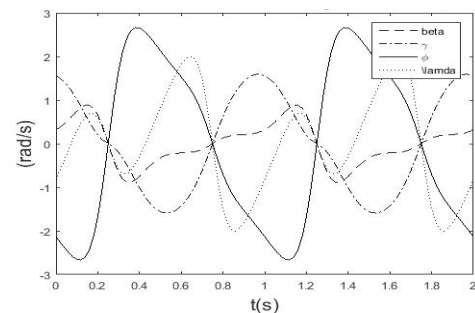
4.3. Đồ thị mô phỏng chuyển động của cơ cấu

Ứng dụng phương pháp Newton-Raphson cải tiến để tính toán vị trí, vận tốc và gia tốc của các khâu [2]. Việc tính toán và mô phỏng được đưa vào phần mềm Matlab, ta dễ dàng giải bài toán động học ngược cơ cấu không gian có khớp Cardan. Một số kết quả mô phỏng được trình bày trên các đồ thị từ Hình 2 đến Hình 4.

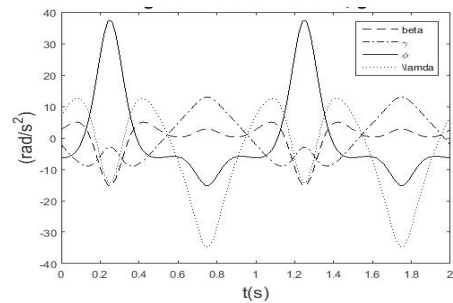
Hình 2 mô phỏng đồ thị vị trí của các khâu đồ thị góc quay $\varphi(t)$ của khâu dẫn, đồ thị $\lambda(t)$ góc quay của khâu MC tại vị trí khớp cardan, đồ thị $\gamma(t)$ góc quay của khâu MC tại vị trí khớp cầu, đồ thị góc quay $\beta(t)$ của khâu MC tại vị trí khớp cầu, hình 3 là đồ thị vận tốc của các khâu. Hình 4 là đồ thị gia tốc. Quan sát trên hình vẽ, ta thấy các khâu chuyển động khá êm ái trơn tru. Từ hình 2, ta thấy khâu dẫn không chuyển động toàn vòng.



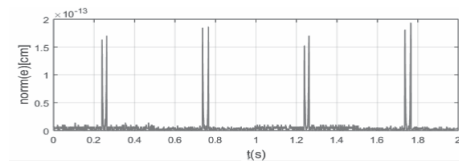
Hình 2. Đồ thị các tọa độ của $\varphi \beta \gamma \lambda$



Hình 3. Đồ thị vận tốc của $\varphi \beta \gamma \lambda$



Hình 4. Đồ thị gia tốc của $\varphi \beta \gamma \lambda$



Hình 5. Sai số phương trình liên kết

Kết quả thu được được kiểm nghiệm trên phần mềm Matlab, với độ chính xác 2×10^{-13} hoàn toàn phù hợp.

5. KẾT LUẬN

Bài báo này đã đưa ra phương pháp hình chiếu vuông góc để giải quyết bài toán phân tích động học cơ cấu cơ khí không gian. Phương pháp này đơn giản, có thể áp dụng vào thực tế sản xuất một cách dễ dàng. Ngoài việc đưa ra các bước tiến hành khi phân tích động học cơ cấu không gian bằng phương pháp hình chiếu vuông góc, bài báo còn áp dụng vào phân tích động học của một cơ cấu không gian có hai khớp quay, một khớp Cardan, một khớp cầu. ❖

Ngày nhận bài: 18/5/2023

Ngày phản biện: 02/6/2023

Tài liệu tham khảo:

- [1]. Nguyễn Văn Khang; *Động lực học hệ nhiều vật*, NXB. Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 2006.
- [2]. Đinh Văn Phong; *Phương pháp số trong cơ học*, NXB. Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 1999.
- [3]. Đinh Gia Tường, Tạ Khánh Lâm; *Nguyên lý máy*, NXB. Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 1999.
- [4]. Haug E. J.; *Computer aided kinematic and dynamics of mechanical system*. Allyn and Bacon, Boston 1989.